

A. H. Merzljak  
V. B. Polonszkij  
M. Sz. Jakir

# MATEMATIKA

## 5. osztály

Tankönyv a magyar oktatási nyelvű  
általános középfokú tanintézetek számára

*Ajánlotta*  
*Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma*

Львів  
Видавництво „Світ”  
2018

УДК 373.167.1:51  
М52

Перекладено за виданням:

**Мерзляк А. Г.** Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2018

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ МОН України від 10.01.2018 № 22)*

**Видано за рахунок державних коштів.  
Продаж заборонено**

**Мерзляк А. Г.**

М52 Математика. 5 клас : підруч. для закл. заг. серед. осв. з навч. угорською мовою / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір ; пер. Д. Ф. Поллої. – Львів : Світ, 2018. – 272 с. : іл.

ISBN 978-966-914-137-8

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-914-137-8 (угор.)  
ISBN 978-966-474-214-3 (укр.)

© Мерзляк А. Г., Полонський В. Б.,  
Якір М. С., 2018  
© ТОВ ТО „Гімназія”, оригінал-  
макет, художнє оформлення,  
2018  
© Поллої Д. Ф., переклад угор-  
ською мовою, 2018

## A szerzőktől

### A TANULÓKHOZ

#### KEDVES GYEREKEK!

A számolás, a logikus gondolkodás, a kitartó és pontos munkavégzés mindenki számára nagyon fontos tevékenység. De hogyan tehetünk szert ezekre a kvalitásokra? A matematika egy olyan mágikus tudomány, amely segíti ezeknek a képességeknek a fejlesztését. A jövőben választott szakmátoktól – építész vagy cukrász, programozó vagy mezőgazdász, orvos vagy közgazdász – függetlenül a megszerzett matematikai ismeretek mindig hasznotokra lesznek.

A matematika tanulmányozása egy fáradtságos, de egyszersmind egy csodálatos országba történő izgalmas utazással hasonlítható össze. Reméljük, hogy ez a tankönyv megbízható útítársnak bizonyul, valamint határozott turistavezetőként kormányoz a tudás világába.

Ismerkedj meg a könyv szerkezetével! A tankönyv két fejezetre oszlik, melyek paragrafusokra tagozódnak, a paragrafusok pedig összesen 38 pontból állnak. Minden pont elméleti tananyaggal kezdődik. Elsajátítása során fordíts különös figyelmet a **félkövérrel** szedett szövegrészekre. Az így kijelölt szavak matematikai fogalmakat takarnak. A szabályokat és a legfontosabb matematikai állításokat **félkövér-dőlt**, illetve **dőlt** betűtípussal jelöltük.

Az elméleti részt rendszerint gyakorló feladatok követik. Az itt ismertetett módszereket a házi feladatok megoldása során kiválóan alkalmazhatod.

A pontok mindegyike önálló munkát tartalmaz. Megoldásához, csak az elméleti rész elsajátítását követően kezdj hozzá. Az önálló munkák könnyű, közepesen nehéz és nehéz feladatokat tartalmaznak. Az utóbbiakat (\*)-gal jelöltük.

Mindegyik pont egy különös feladattal zárul, melyet *Bölcs Bagoly feladványának* neveztünk el. Megoldásukhoz találékonyságra, csavaros észjárásra lesz szükséged.

*Miután felkészültél az órára* rubrikában fontos matematikai objektumokkal, számokkal és alakzatokkal, valamint ezek történetével és kialakulásával ismerkedhetsz meg. Reméljük, hogy ez is tovább fokozza a matematika iránti érdeklődésedet.

Azt is meg kell jegyezni, hogy az 5. osztályos matematikában nagyon sok olyan téma is van, melyeket már alsóbb osztályokban tanultál. Ezért ha korábban bármilyen problémád lett volna a matematikával, akkor azt megfelelő elszántsággal könnyen kiküszöbölheted.

Ehhez kívánunk sok sikert!

## A TANÁROKHOZ

### TISZTELT KOLLÉGÁK!

Nagyon reméljük, hogy ez a tankönyv az önök megbízható segítőtársa lesz fáradtságos, de kemény munkájuk során. Szeretnénk, ha tankönyvünk elnyerné a tetszésüket. Ehhez kívánunk Önöknek alkotói lelkesedést és sok türelmet!

#### Egyezményes jelek:

- alap- és középszintű tudásnak megfelelő feladatok;
- jó tudásszintnek, illetve a tantervi követelményeknek megfelelő feladatok;
- magas tudásszintnek megfelelő feladatok;
- \* matematikai szakkörökre és tanórán kívüli foglalkozásokra ajánlott feladatok jelölése;
- ◀ a példa megoldásának végét jelölő karakter;
- 340 házi feladatra ajánlott feladatok jelölése.



# I. fejezet

## TERMÉSZETES SZÁMOK. MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL



### 1. §. TERMÉSZETES SZÁMOK

#### 1. A természetes számok sora

Hány nap maradt még a szünidő végéig? Hány barátodat hívod meg a születésnapodra? Hány tantárgyat fogtok tanulni ebben a félévben? Hogy válaszoljunk ezekre a kérdésekre tudnunk kell számolni.

A tárgyak számlálására szolgáló 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., számokat **természetes számoknak** nevezzük.

Például az 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 – természetes számok.

Megjegyezzük, hogy nem minden általunk használt szám lesz természetes. Például a 0,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  nem természetes számok.

Valamennyi növekvő sorrendbe felírt természetes szám **a természetes számok sorát** képezi, vagy **természetes számsort** alkot. A sor első eleme az 1, második a 2, harmadik a 3 és így tovább.

A sorban minden szám után az előzőnél eggyel nagyobb szám következik. Ezért a természetes számsornak nincs utolsó tagja. Az 1-es számnak nincs megelőzője. Tehát a legkisebb természetes szám az 1-es, de nem létezik legnagyobb természetes szám.

Mivel a teljes természetes számsor felírhatatlan, ezért általános alakban így írják fel: felírják az első néhány számát a természetes számok sorának, és utána három pontot tesznek:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... .



1. Hogyan nevezzük azokat a számokat, melyeket a tárgyak számolására használunk?
2. A természetes számok között van-e legkisebb? Legnagyobb? Igenlő válasz esetén nevezd meg ezt a számot!
3. Írd le a természetes számsort!
4. A természetes számsorban minden számnak van-e: 1) rákövetkező száma; 2) megelőző száma?

### Szóban oldd meg!

1. Add össze:
 

|             |             |              |              |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
| 1) 48 és 7; | 2) 16 és 9; | 3) 25 és 34; | 4) 52 és 49! |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
2. Vond ki:
 

|                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| 1) 6-ot a 14-ből; | 3) 32-ből a 8-at;  |
| 2) 7-et a 23-ből; | 4) 45-ből a 19-et! |
3. Szorozd össze:
 

|                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 1) 12-öt a 4-gyel; | 3) 13-at a 6-tal;   |
| 2) 5-öt a 20-szal; | 4) 10-et a 100-zal! |
4. Oszd el:
 

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1) 36-ot a 12-vel;  | 3) 96-ot a 8-cal;    |
| 2) 55-öt a 11-gyel; | 4) 160-at a 20-szal! |
5. Az iskola mellett gesztenyefák és nyárfák nőnek. Gesztenyéből 7 van, nyárfából 3-szor több. Hány fa nő az iskola mellett?
6. Az iskolába 370 tanuló jár. Van-e köztük legalább két olyan tanuló, akik a születésnapjukat ugyanazon a napon tartják?

### Gyakorlatok

- 1.° Nevezd meg az első 14 természetes számot!
- 2.° Melyik szám hiányzik, hogy a következő sor a természetes számok sora legyen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?
- 3.° Az  $5$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $8$ ,  $129$ ,  $0$ ,  $\frac{3}{7}$ ,  $4128$ ,  $\frac{1}{5}$  számok közül válaszd ki a természetes számokat!
- 4.° Melyik szám követi a természetes számsorban a következő számot:
 

|        |         |          |
|--------|---------|----------|
| 1) 34; | 2) 246; | 3) 8297? |
|--------|---------|----------|
- 5.° Írd fel azt a számot, amely a természetes számsorban a következő szám után áll:
 

|        |         |          |
|--------|---------|----------|
| 1) 72; | 2) 121; | 3) 6459! |
|--------|---------|----------|
- 6.° Melyik szám áll a természetes számsorban a következő szám előtt:
 

|        |         |          |
|--------|---------|----------|
| 1) 58; | 2) 631; | 3) 4500? |
|--------|---------|----------|
- 7.° Írd fel azt a számot, mely a természetes számsorban a következő szám előtt áll:
 

|        |         |          |
|--------|---------|----------|
| 1) 42; | 2) 215; | 3) 3240! |
|--------|---------|----------|

- 8.\* Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:  
 1) 6 és 24;                      2) 18 és 81?
- 9.\* A tornaórán a 26 fős osztály egy sorban sorakozott fel. Azt tudjuk, hogy Peti a tizennegyedik volt a sorban, ha balról jobbra számoltuk, Ilona pedig a huszadik volt, ha jobbról balra számoltuk meg őket. Hány tanuló volt Peti és Ilona között?
- 10.\* Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:  
 1) 13 és 28;                      2) 29 és 111?
- 11.\*\* Egy 3-nál nagyobb természetes számot  $a$ -val jelöltek. Írd fel az adott  $a$  számot megelőző és az ezt követő három számot!

### Ismétlő gyakorlatok

12. Számítsd ki:  
 1)  $238 + 435$ ;                      4)  $2000 - 546$ ;                      7)  $98 \cdot 34$ ;  
 2)  $4385 + 2697$ ;                      5)  $3400 - 896$ ;                      8)  $645 \cdot 36$ !  
 3)  $843 - 457$ ;                      6)  $23 \cdot 46$ ;
13. Az *Ukrajna* szó először 1187-ben a *Kijevi krónikában* (Ipatyjev krónika) szerepel a perejaszlavi, kijevi és csernyihivi földek megnevezéseként. Hány év telt el azóta, hogy megjelent a krónikákban az *Ukrajna* kifejezés?
14. Végezd el a következő műveleteket:  
 1)  $43 + 24 \cdot 58 - 39$ ;                      3)  $43 + 24 \cdot (58 - 39)$ ;  
 2)  $(43 + 24) \cdot 58 - 39$ ;                      4)  $(43 + 24) \cdot (58 - 39)$ !
15. Mielőtt meglátogatta nagymamáját Gombóc Artúr úgy döntött, hogy felerősíti magát. Reggelire megevett 26 üveg lekvárt, ebédre pedig 16 üveggel többet. Hány üveg lekvárt evett meg Gombóc Artúr?
16. Az egyik részlegen 34 bokor ribizli nő, a másikon ennél 18-cal kevesebb. Hány ribizliborkor nő a két részlegen összesen?



### Bölcs Bagoly feladványa

17. A négyzetben (1. ábra) a számok összege minden oszlopban, minden sorban és mindegyik 3 négyzet-rácsot tartalmazó átló mentén egyenlők lesznek. Határozd meg, hogy a csillaggal jelölt négyzetrácsba milyen számot kell írni?

|    |   |    |
|----|---|----|
| 10 | * |    |
| 9  |   | 13 |
| 14 |   |    |

1. ábra

## 2. Számjegyek.

### A természetes szám felírása a tízes számrendszerben

Ahhoz hasonlóan, ahogyan a házakat téglákból építik, a szavak pedig betűkből állnak, a természetes számokat is speciális jelek, úgynevezett **számjegyek** segítségével írják fel. A számok leírására 10 számjegyet használunk: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Azokat a természetes számokat, melyek egy számjeggyel vannak felírva *egyjegyű számoknak*, a két számjeggyel felírtakat *kétjegyűeknek*, a három számjeggyel felírtakat pedig *háromjegyű számoknak* nevezzük és így tovább. Minden számot, melyek nem egyjegyűek, *többjegyű számoknak* nevezzük. A többjegyű számok, a 0-át kivéve bármilyen számjeggyel kezdődhetnek.

Könnyen elolvashatjuk a 917-es háromjegyű számot, a 17025543607 számot már sokkal nehezebb. Ahhoz, hogy a többjegyű számot elolvassuk célszerű jobbról balra háromjegyű csoportokra felosztani: 17 025 543 607 (a bal szélső csoportban három számjegy is lehet, vagy kettő, mint a mi példánkban, vagy akár egy számjegy is szerepelhet). Ezeket a csoportokat **osztályoknak** nevezzük. Az első jobb oldali csoport az **egyesek** osztálya, a második az **ezreseké**, a harmadik a **milliók** osztálya, a negyedik pedig a **milliárdoké** és így tovább.

A többjegyű számok olvasásakor az osztályokat úgy kell olvasni, mint a háromjegyű, vagy a kétjegyű, vagy az egyjegyű számokat, hozzátéve a megfelelő osztály nevét (az egyesek osztályának a nevét nem mondjuk). A 17 025 543 607 számot így olvassuk el:

17 milliárd 25 millió 543 ezer 607.

Minden osztály jobbról balra **három helyi értékre** oszlik: egyesek, tízesek, százaskok.

Az adott példában az egyesek osztályában 7 egyes, 0 tízes és 6 százask van, a milliók osztályában pedig 5 egyes, 2 tízes, 0 százask. A 17 025 543 607 szám mindegyik számjegyének a nevét a következő táblázatban találjuk.

| A milliárdok osztálya |                |            | A milliók osztálya |            |         | Az ezresek osztálya |             |         | Az egyesek osztálya |           |           |
|-----------------------|----------------|------------|--------------------|------------|---------|---------------------|-------------|---------|---------------------|-----------|-----------|
|                       | 1              | 7          | 0                  | 2          | 5       | 5                   | 4           | 3       | 6                   | 0         | 7         |
|                       | Tíz-milliárdok | Milliárdok | Száz-milliók       | Tízmilliók | Milliók | Száz-ezresek        | Tíz-ezresek | Ezresek | Százaskok           | Tízesekek | Egyesekek |

Ha az egyik osztálynak minden számjegye nulla, akkor ezt az osztálynevet a szám olvasásakor nem ejtjük. Például a 2 000 724 számot így olvassuk el: 2 millió 724.

A természetes számok azon felírását, melyet mi is használunk, a **tízes számrendszernek** nevezzük. Ez az elnevezés azzal kapcsolatos, hogy az adott osztályban szereplő egységből tíz a következő egység egy egységét adja meg. Például tíz egyes egy tízest, tíz tízes egy százast, tíz százask egy ezrest alkot és így tovább.

2958 felírható a következő összegként:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

vagy  $2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1$ .

Az utóbbi egyenlőségben 2958-t *számjegyeik valódi összegeként* írtuk fel.



1. Hány jelet alkalmaznak a természetes számok tízes számrendszerben történő felírásakor? Hogy nevezzük ezeket a jeleket?
2. Milyen természetes számokat nevezünk egyjegyűeknek? Kétjegyűeknek? Háromjegyűeknek? Többjegyűeknek?
3. Melyik számjegy nem állhat az első helyen a természetes számok felírása során?
4. Hogyan nevezzük a természetes számok számjegyeinek hármast csoportjait, melyeket a többjegyű számok felírásánál jobbról balra történő felosztásakor kapunk?
5. Nevezd meg a természetes számok felírásakor keletkező első négy osztályt!
6. Hány egységre (helyi értékre) oszlik mindegyik osztály?
7. Hogyan nevezzük az általunk használt természetes számok felírását?
8. Mivel kapcsolatos a természetes számok tízes számrendszerbeli felírása?

### Szóban oldd meg!

1. Mennyivel:
  - 1) nagyobb a 18, mint a 6;
  - 2) kisebb a 4, mint a 12?
2. Hányszorosa:
  - 1) a 18 a 6-nak;
  - 2) hányada a 4 a 12-nek?
3. Számítsd ki:
  - 1)  $12 \cdot 5 + 1$ ;
  - 2)  $12 \cdot 5 - 1$ ;
  - 3)  $12 \cdot (5 + 1)$ ;
  - 4)  $12 \cdot (5 - 1)$ ;
  - 5)  $12 : (5 + 1)$ ;
  - 6)  $12 : (5 - 1)$ !
4. Nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 423; 2) 1658; 3) 2997!
5. Fordított sorrendben nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 358; 2) 1573; 3) 4001!
6. Nevezd meg azokat a négyjegyű számokat, amelyekben a számjegyek összege 2!
7. Egy kétjegyű szám utolsó számjegye a 4. Ha hozzáadjuk azt a számot, melynek a számjegyei megegyeznek az előzővel, csak a sorrendjük fordított, akkor az összegük 99 lesz. Határozd meg ezt a két számot!

### Gyakorlatok

- 18.° A következő számokban nevezd meg a 4-es számjegy helyi értékét: 1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569!
- 19.° Olvasd el a számokat:
  - 1) 234 642;
  - 2) 502 013;
  - 3) 9 145 679;
  - 4) 105 289 001;
  - 5) 6 704 917 320;
  - 6) 72 016 050 400;
  - 7) 491 872 653 000;
  - 8) 305 002 800 748!

20. ° Írd fel a tízes számrendszerben a következő számokat:

- 1) 34 millió 384 ezer 523;
- 2) 85 millió 128 ezer 23;
- 3) 16 millió 26 ezer 4;
- 4) 6 millió 60 ezer 17;
- 5) 8 milliárd 801 millió 30 ezer 5;
- 6) 22 milliárd 33 millió 418;
- 7) 251 milliárd 538;
- 8) 46 milliárd 854;
- 9) 607 milliárd 3!

21. ° Írd fel a tízes számrendszerben a következő számokat:

- 1) 23 millió 275 ezer 649;
- 2) 56 millió 319 ezer 48;
- 3) 12 millió 20 ezer 21;
- 4) 8 millió 7 ezer 3;
- 5) 6 milliárd 325 millió 800 ezer 954;
- 6) 14 milliárd 52 millió 819;
- 7) 368 milliárd 742 ezer;
- 8) 92 milliárd 29!

22. ° Írd fel számjegyekkel a számokat:

- 1) negyvenhatmilliárd-négyszázötvenhétmillió-hétszázhuszonhét-ezer-háromszáznyolcvannyolc;
- 2) hatszázharminckétmilliárd-kétszáznégymillió-harmincötezer-negyvenhét;
- 3) százötmmilliárd-ötszázharminckilencezer-száz;
- 4) harmincmilliárd-húszezer-kilencven;
- 5) nyolcmilliárd-hétmillió-tizenötezer-tizennégy;
- 6) egymilliárd-kétezer-kettő!

23. ° Írd fel számjegyekkel a számokat:

- 1) hárommillió-háromszázharmincháromezer-háromszázharminchárom;
- 2) hárommillió-háromszázezer;
- 3) hárommillió-háromezer;
- 4) hárommillió-harminc;
- 5) hárommillió-harmincezer-háromszáz;
- 6) hárommillió-háromezer-három;
- 7) hárommillió-három!

24. ° Írd fel számjegyekkel a számokat:

- 1) hatvannyolcmilliárd-kétszáznegyvenkilencmillió-kilencszázötvennégyezer-hétszázhuszonhárom;
- 2) nyolcszáztizennégymilliárd-százkilencmillió-kétezer-harminchárom;
- 3) háromszázhetmmilliárd-hatszázhuszonegyezer-négyszáz;
- 4) kilencvenmmilliárd-tízezer-hús;
- 5) kétmilliárd-hárommillió-négyezer-öt;
- 6) egymilliárd-egyezer-egy!

25.° Írd le, majd olvasd el 514-nek:

1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri leírásával kapott számot!

26.° Írd le, majd olvasd 48-nak:

1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri; 4) ötszöri leírásával kapott számot!

27.\* Add meg a következő számokat számjegyeik valódi értékeinek összegeként:

|          |             |                 |
|----------|-------------|-----------------|
| 1) 846;  | 3) 12 619;  | 5) 32 598 009;  |
| 2) 2375; | 4) 791 105; | 6) 540 007 020! |

28.\* Add meg a következő számokat számjegyeik valódi értékeinek összegeként:

|            |             |                |
|------------|-------------|----------------|
| 1) 34 729; | 2) 478 254; | 3) 23 487 901! |
|------------|-------------|----------------|

29.\* Írd le azt a számot, amely:

- 1) 1-gyel kisebb a legkisebb háromjegyű számnál;
- 2) 4-gyel nagyobb a legnagyobb háromjegyű számnál;
- 3) 5-tel kisebb a legkisebb 5-jegyű számnál;
- 4) 6-tal nagyobb a legnagyobb hatjegyű számnál;
- 5) 7-tel nagyobb a legkisebb nyolcjegyű számnál!

30.\* Írd le a legnagyobb nyolcjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

31.\* Írd le a legkisebb hétjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

32.\*\* Egy kétjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett négyjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti kétjegyű számnak?

33.\*\* Egy háromjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett hatjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti háromjegyű számnak?

34.\* Egy könyv oldalait 1-től százhetvenkettőig megszámozták. Hány számjegyet használtak fel a számozáshoz?

35.\* Egy könyv oldalainak számozásához 2004 számjegyet használtak fel. Hány oldalas volt a könyv?

36.\* Melyik háromjegyű számból van több: azokból, melynek a számjegyei párosok, vagy azokból, melyeknek a számjegyei páratlanok?

## Ismétlő gyakorlatok

---

37. Számítsd ki:

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $24 \cdot 564$ ;  | 5) $407 \cdot 306$ ; | 9) $1134 : 42$ ;     |
| 2) $754 \cdot 60$ ;  | 6) $852 : 6$ ;       | 10) $3198 : 26$ ;    |
| 3) $2504 \cdot 82$ ; | 7) $67\,216 : 8$ ;   | 11) $4532 : 22$ ;    |
| 4) $364 \cdot 276$ ; | 8) $782 : 34$ ;      | 12) $14\,210 : 35$ ! |

38. Végezd el a műveleteket:

- 1)  $49 + 26 \cdot (54 - 27)$ ;                      3)  $(801 - 316) \cdot 29$ ;  
 2)  $36 : 9 + 18 \cdot 5$ ;                              4)  $(488 + 808) : 18!$

39. Az első űrrepülést Jurij Gagarin, a Szovjetunió állampolgára hajtotta végre 1961-ben. Nyolc év múlva Holdra lépett az első ember, aki Neil Amstrong amerikai űrhajós volt. 28 év múlva a *Columbia* űrhajó egyik tagjaként a független Ukrajna első asztronautája, Leonyid Kadenyuk is űrutazáson vett részt. Mikor került sor erre?



**Leonyid Kadenyuk**  
(1951–2018)

40. A szablya tömege 60 font, a kard pedig 12-szer kevesebb. Mennyi lesz a szablya és a kard össztömege?
41. Duremár segíteni akart a beteg Carabas Barabasnak ezért úgy döntött, hogy piócákat rak rá. Az első alkalommal 24 piócát, másodszor pedig 3-szor többet rakott rá. Hány piócára volt szüksége Duremárnak, hogy a beteg Carabas Barabast meggyógyítsa?
42. A helikopter 4 óra alatt 720 km-t tud megtenni. Mekkora távolságot tesz meg a helikopter 6 óra alatt, ha a sebességét nem változtatja meg?
43. Egy kovács három nap alatt 432 patkót készít. Hány patkót készít el 5 nap alatt ugyanilyen munkatempóban dolgozva?



### **Bölcs Bagoly feladványa**

44. Ebben az évben az apa születésnapja vasárnapra esett. A hét melyik napján ünnepelték az anya születésnapját, ha ő 62 nappal fiatalabb az apánál?

### **Miután felkészültél az órára**

#### **Hogyan számoltak az ókorban?**

Az őseink által lakott helyeken a régészek olyan leleteket találtak, melyekre pontok, vonalak, mély barázdák vannak rávésve. Ezek a számrovásos emlékek arról tanúskodnak, hogy a kőkorszakban az emberek nem csak számolni tudtak, hanem már képesek voltak a számításaik eredményeinek rögzítésére is. Mivel az olyan primitív módszerek, mint a rovások számlálása a boton vagy a kavicsok megszámlálása nem elégítette ki a kereskedelem és





a termelés szükségleteit, ezért a társadalom fejlődésével a számolási módszerek is tökéletesedtek.

Kr. e. 3000 körül már megtörtént a legfontosabb felfedezés: az emberek különleges jeleket találtak egy bizonyos számú tárgy megjelölésére. Például az egyiptomiaknál a tízet az **N** szimbólummal, a százat pedig az **C**-mal jelölték. A 123 számot így írták le: **CNIII**.

Az ókori Rómában a számokat a következő számjegyekkel írták le:

**I** – egy;

**C** – száz;

**V** – öt;

**D** – ötszáz;

**X** – tíz;

**M** – ezer.

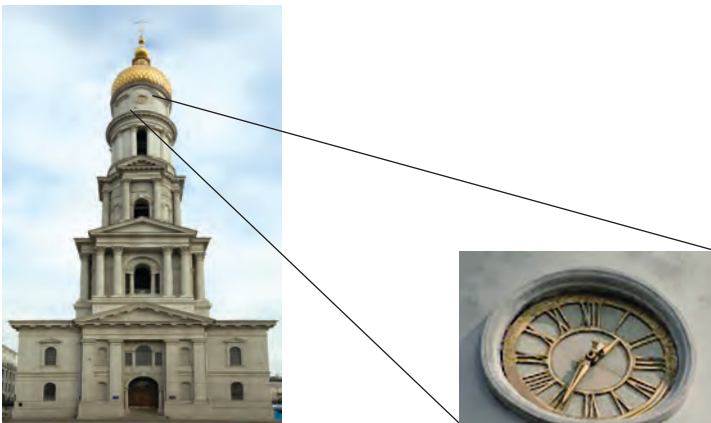
**L** – ötven;

A **római számrendszer** a következő elvre épül: ha a számot balról jobbra olvasva a kisebb szám a nagyobb után áll, akkor ezt hozzá kell adni a nagyobbhoz: VI = 6, XXXII = 32; ha a kisebbik szám a nagyobb előtt áll, akkor ezt ki kell vonni a nagyobbból: IV = 4, VL = 45.

A római számmal a 14-et így kell felírni: XIV. Ebben az esetben az I két nagyobb számjegy között áll, ezek az X és V. Ekkor az I-es számjegyet a tőle jobbra lévő számjegyből vonjuk ki (a mi esetünkben ez az V).

Az 1814-es számot, amely Tarasz Sevcsenko születési éve, római számjegyekkel így kell felírni: MDCCCXIV.

Ez a rendszer mind a mai napig megmaradt. Gyakran találkozhatunk olyan feliratokkal, melyekben római számokat alkalmaznak: XXI. század, VI. fejezet. A műemlék épületek óráinak számlapján szintén találkozhatunk a római számokkal.



**Nagyboldogasszony-székesegyház (Harkiv városa)**

Bizonyára észrevettétek, hogy a római számjegyekkel leírt számokat nem egyszerű még elolvasni sem. Annál inkább bonyolult az ilyen számokkal számításokat végezni. Ezenkívül, ha elég nagy számokat kell leírni (millió, milliárd stb.), akkor új számjegyeket is ki kellene találni, különben a szám nagyon hosszú lenne. Ha például az 1 000 000 számot csak az M számjegy alkalmazásával írnánk le, akkor ehhez ezer ilyen számjegyre lenne szükség. Ezek a hiányosságok nagyban szűkítették a római számok alkalmazását.

A Kijevi Ruszban a számok leírására nem találtak ki különleges jeleket, hanem az ábécé betűit használták erre. A betűk felé hullámos vonalakat húztak.

Például a 241-et így írták le:  $\bar{\text{C}}\bar{\text{M}}\bar{\text{L}}$ .

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $\bar{\text{A}}$ | $\bar{\text{B}}$ | $\bar{\text{Γ}}$ | $\bar{\text{Δ}}$ | $\bar{\text{E}}$ | $\bar{\text{S}}$ | $\bar{\text{Z}}$ | $\bar{\text{H}}$ | $\bar{\text{Θ}}$ |
| 1                | 2                | 3                | 4                | 5                | 6                | 7                | 8                | 9                |
| $\bar{\text{I}}$ | $\bar{\text{K}}$ | $\bar{\text{Λ}}$ | $\bar{\text{M}}$ | $\bar{\text{N}}$ | $\bar{\text{Ξ}}$ | $\bar{\text{O}}$ | $\bar{\text{Π}}$ | $\bar{\text{Ψ}}$ |
| 10               | 20               | 30               | 40               | 50               | 60               | 70               | 80               | 90               |
| $\bar{\text{P}}$ | $\bar{\text{C}}$ | $\bar{\text{T}}$ | $\bar{\text{Υ}}$ | $\bar{\text{Φ}}$ | $\bar{\text{X}}$ | $\bar{\text{Ψ}}$ | $\bar{\text{Ω}}$ | $\bar{\text{Ι}}$ |
| 100              | 200              | 300              | 400              | 500              | 600              | 700              | 800              | 900              |

Az emberiség egyik legnagyobb felfedezése a **helyiértékes tízes számrendszer** alkalmazása. Segítségével a nagyon nagy számok felírásához is csak tíz számjegyet alkalmazunk. Ebben a számrendszerben ugyanannak a számjegynek különböző értéke lehet. Amennyiben megváltoztatjuk a felírásban a számjegy **helyét (pozícióját)**, ezzel a szám értéke is megváltozik.

A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeket arab számoknak hívják. Az arabok azonban csak a hinduk által létrehozott helyiértékes tízes számrendszert vették át.

Egyes törzsek és népek másfajta helyi értékű számrendszereket használtak. Például a maja indián törzsek a húszas rendszert, az ókori sumér nép pedig a hatvanas számrendszert alkalmazta.

A húszas számrendszer nyomai néhány európai nép nyelvében ma is fellelhetők. Így a franciák a nyolcvan helyett „négyezer húszat” (*quatre-vingts*) használnak. Egy órában 60 perc van, egy percben pedig 60 másodperc, ami jól példázza a hatvanas számrendszer megmaradásának nyomait.

A tízes számrendszer létrejöttének az oka az ujjainkkal történő számolás volt. A kéz és láb ujjainak száma okozta a húszas számrendszer keletkezését. Az ujjaknak köszönhetjük a tizenkettes számrendszer kialakulását is: próbáljátok megérinteni hüvelykujjatokkal a kezetek mutató-, középső-, gyűrűs- és kisujjának ujjperceit. Amint

a 2. ábrán is látható 12 fog kijönni. Így keletkezett a **tucattal** történő számolás.

A mai napig Európában a zsebkendőket, gombokat, tyúktojásokat tucattal árulják. A evőeszközök (villa, kés, kanál, tányér, csésze, pohár stb.) száma 6 (fél tucat), 12, 24 stb.

Más helyiértékes számrendszerek is léteznek. A számítógép felépítése és működési elve a kettes számrendszeren alapszik, amely csak két számjegyet használ a 0-t és az 1-t. A kettes számrendszerrel részletesebben az informatikaórákon ismerkedtek majd meg.



2. ábra

## Hogyan nevezik a „óriási számokat”?

Véleményetek szerint a millió nagy vagy kis szám lesz-e? Például ahhoz, hogy eltöltsünk a tanórákon egymillió percet, ehhez 20 évet kellene az iskolába járni. Ez a példa is mutatja, hogy a millió egy nagyon nagy szám.

De egyes tudományágaknak, mint például a közgazdaságtannak, a csillagászatnak, a fizikának, a kémiaának a milliónál sokkal nagyobb számokra is szüksége van.

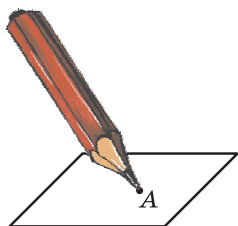
Ezermilliót **milliárdnak**, az ezermilliárdot **billiónak** nevezik. Ha a billióhoz jobbról három nullát írunk, akkor **billiárdot** kapunk. Továbbá, alkalmanként három nullát hozzáírva, egy olyan számsorozatot kapunk, melyeket így neveztek el: **trillió, trilliárd, kvadrillió, kvadrilliárd, kvintillió, kvintilliárd, szextillió, szeptillió**.

A **szeptilliónál** is vannak nagyobb számnevek (lásd az előzőeket).

Hogy elképzelésünk legyen a fenti számok nagyságáról, bemutattunk még egy példát. A tudósok szerint a Világmindenség életkora nem haladja meg a trillió percet.

## 3. Szakasz. A szakasz hossza

Ha ceruza hegyével megérintjük a papírlapot, akkor ennek nyoma lesz, amit egy **pontnak** tekinthetünk (3. ábra). A pontokat latin nagybetűkkel szokás jelölni: *A, B, C, D, ...*

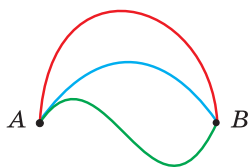


3. ábra

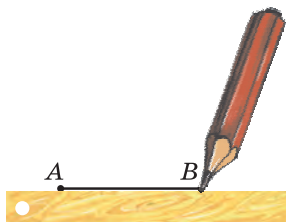
Jelöljünk a papírlapon két pontot: *A*-t és *B*-t. Ezeket a pontokat különböző vonalakkal lehet összekötni (4. ábra). Hogyan köthetjük össze az *A* és *B* pontokat a legrövidebb vonallal? Ezt vonalzó segítségével tudjuk megoldani (5. ábra).

A kapott vonalat **szakasznak** nevezzük, az *A* és *B* pontok pedig a **szakasz végpontjai** lesznek.

A pont és a szakasz **mértani alakzatok**.



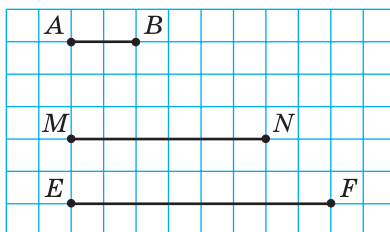
4. ábra



5. ábra

Csak egy olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az  $A$  és  $B$  pontok. Ezért a szakaszt a végpontjainál lévő két betűvel jelöljük. Például az 5. ábrán lévő szakaszt kétféleképpen jelölhetjük:  $AB$  vagy  $BA$ . Így olvassuk:  $AB$  szakasz vagy  $BA$  szakasz.

A 6. ábrán három szakasz látható. Az  $AB$  szakasz hossza 1 cm. Ez az  $MN$  szakaszra pontosan háromszor fér rá, az  $EF$ -re pedig pontosan négyszer. Ezt úgy fogalmazzuk meg, hogy az  $MN$  **szakasz hossza** 3 cm-rel egyenlő, az  $EF$  szakasz hossza pedig 4 cm.



6. ábra

Úgy is szokás mondani, hogy az  $MN$  szakasz 3 cm-rel egyenlő, az  $EF$  szakasz pedig 4 cm-rel egyenlő. Röviden így írjuk:  $MN = 3$  cm,  $EF = 4$  cm.

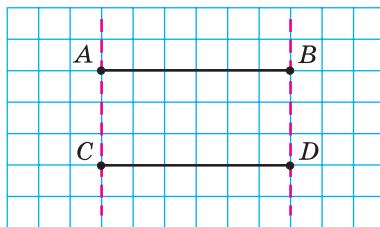
Az  $MN$  és  $EF$  szakaszok hosszait az **egységnyi szakasszal** mértük meg, melynek hossza 1 cm. A szakaszok hosszainak meghatározására más **egységnyi szakaszt** is alkalmazhatunk, például 1 mm-es, 1 dm-es, 1 km-es szakaszokat. A 7. a ábrán látható  $PK$  szakasz hossza 17 mm. Ennek a hosszát olyan egységnyi szakasszal mérték meg,



7. ábra



8. ábra



9. ábra

melynek hossza 1 mm. Esetünkben az egységnyi szakasz a vonalzó egy beosztásértéke. A vonalzó segítségével adott hosszúságú szakaszt szerkeszthetünk (rajzolhatunk) (7. b ábra).

Általánosságban elmondhatjuk: *a szakasz hosszának meghatározásához meg kell számolni, hány egységnyi szakasz fér rá.*

A szakasz hossza a következő tulajdonsággal rendelkezik:

**Ha az  $AB$  szakaszon jelölünk egy  $C$  pontot, akkor az  $AB$  szakasz hossza egyenlő az  $AC$  és  $CB$  szakaszok hosszainak összegével (8. ábra).**

Ezt így írjuk le:  $AB = AC + CB$ .

A 9. ábrán az  $AB$  és  $CD$  szakaszok láthatók. Ezek a szakaszok egymásra helyezve fedik egymást.

**Két szakaszt egyenlőnek nevezünk, ha egymásra helyezve fedik egymást.**

Tehát az  $AB$  és a  $CD$  szakaszok egyenlők.

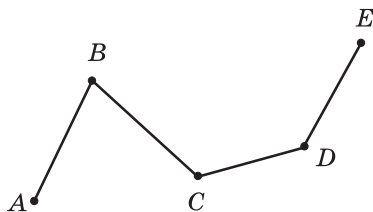
Ezt így írjuk fel:  $AB = CD$ .

*Egyenlő szakaszoknak a hosszuk is egyenlő.*

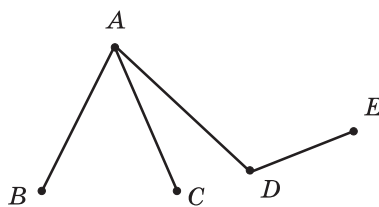
Két nem egyenlő szakasz közül az a nagyobb, melynek a hossza nagyobb. Például a 6. ábrán az  $EF$  szakasz nagyobb az  $MN$  szakasznál.

Az  $AB$  szakasz hosszát az  $A$  és  $B$  pontok közötti **távolságnak** nevezzük.

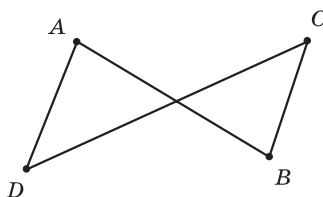
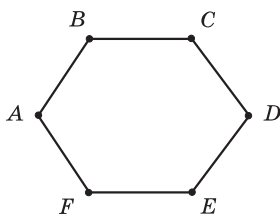
Ha néhány szakaszt úgy helyezünk el, ahogy a 10. ábrán látható, akkor egy olyan mértani alakzatot kapunk, melyet **töröttvonalnak** nevezünk. Megjegyezzük, hogy a 11. ábrán látható összes szakasz nem fog töröttvonalat alkotni. Akkor fognak a szakaszok töröttvonalat alkotni, ha az első szakasz végpontja egybeesik a második szakasz



10. ábra



11. ábra



12. ábra

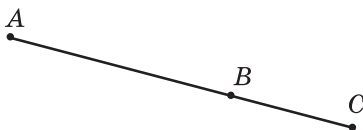
végpontjával, és a második szakasz végpontja pedig a harmadik kezdőpontjával esik egybe és így tovább.

Az  $A, B, C, D, E$  pontokat az  $ABCDE$  töröttvonal **csúcsainak** (10. ábra), az  $A$  és  $E$  csúcsokat pedig a töröttvonal **végpontjainak**, az  $AB, BC, CD, DE$  szakaszokat pedig az **éleinek** nevezzük.

A **töröttvonal hossza** az élek hosszainak összegével egyenlő.

A 12. ábrán két töröttvonal látható, melynek végpontjai egybeesnek. Az ilyen töröttvonalakat **zárt töröttvonalaknak** nevezzük.

**1. PÉLDA.** A  $BC$  szakasz 3 cm-rel rövidebb a 8 cm hosszú  $AB$  szakasznál (13. ábra). Határozd meg az  $AC$  szakasz hosszát!



13. ábra



14. ábra

*Megoldás.* Adódik, hogy  $BC = 8 - 5 = 3$  (cm).

Alkalmazva a szakasz hosszának tulajdonságát, felírhatjuk, hogy  $AC = AB + BC$ . Innen következik, hogy  $AC = 8 + 3 = 11$  (cm).

*Felelet:* 11 cm. ◀

**2. PÉLDA.** Adott, hogy  $MK = 24$  cm,  $NP = 32$  cm,  $MP = 50$  cm (14. ábra). Határozd meg az  $NK$  szakasz hosszát!

*Megoldás.* Ismert, hogy  $MN = MP - NP$ . Innen  $MN = 50 - 32 = 18$  (cm). Adódik, hogy  $NK = MK - MN$ .

Ekkor  $NK = 24 - 18 = 6$  (cm).

*Felelet:* 6 cm. ◀



1. Hány olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az adott két pont?
2. Hogyan jelölik a szakaszt?
3. Milyen hosszegységeket ismersz?
4. Magyarázd meg, hogy mit jelent a szakasz hosszának megmérése!
5. Milyen a szakasz hosszának a tulajdonsága?
6. Milyen szakaszokat nevezünk egyenlőknek?
7. Mit tudunk az egyenlő szakaszok hosszairól?

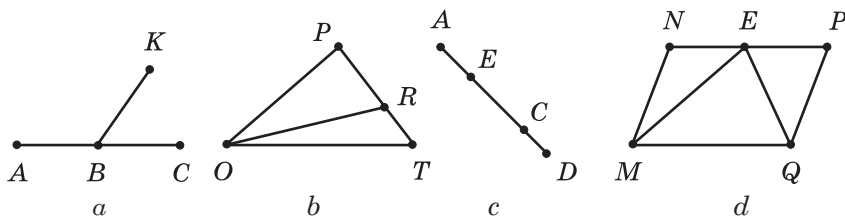
8. Két különböző szakasz közül melyik lesz a nagyobb?
9. Mit nevezünk az **A** és **B** pontok közötti távolságnak?
10. Magyarázd meg, milyen mértani alakzatot nevezünk töröttvonalnak!
11. Mit nevezünk a töröttvonal hosszának?
12. Milyen töröttvonalat nevezünk zártnak?

### Szóban oldd meg!

1. Melyik szám lesz a 46-nál 9-cel több? Melyik szám lesz a 72-nél 15-tel kisebb? Melyik az a szám, amelyik 7-szer nagyobb 21-nél? Melyik szám kisebb 13-szor a 65-nél?
2. Nevezd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a számjegyeinek összege 6!
3. Nevezd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a számjegyeinek különbsége 7!
4. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legkisebb a legnagyobb négyjegyű szám lesz!
5. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legnagyobb a legkisebb négyjegyű szám lesz!
6. Fejezd ki centiméterekben:  
1) 7 dm 4 cm; 2) 4 m 1 cm; 3) 2 m 6 dm; 4) 1 m 2 dm 5 cm!
7. Fejezd ki deciméterekben és centiméterekben:  
1) 72 cm; 2) 146 cm; 3) 450 mm; 4) 8 m 40 mm!

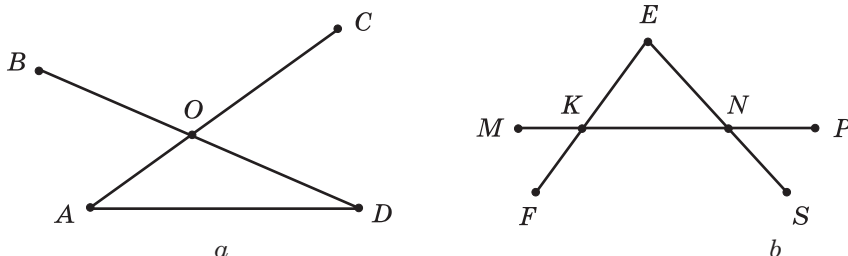
### Gyakorlatok

- 45.° Nevezd meg a 15. ábrán látható összes szakaszt!



15. ábra

- 46.° Nevezd meg a 16. ábrán látható összes szakaszt!



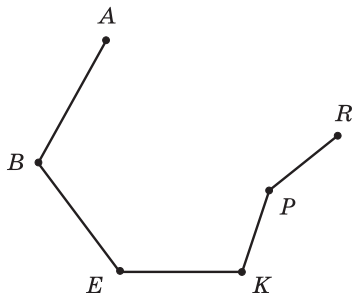
16. ábra

- 47.° Jelöld a füzetedben az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontokat, és párosával kösd össze szakaszokkal őket. Hány szakasz keletkezett? Hány szakasznak lesz az  $A$  pont a végpontja?
- 48.° Rajzolj egy  $MN$  és  $AC$  szakaszt úgy, hogy  $MN = 6$  cm 3 mm,  $AC = 5$  cm 3 mm!
- 49.° Rajzolj egy  $EF$  és  $BK$  szakaszt úgy, hogy  $EF = 9$  cm 2 mm,  $BK = 7$  cm 6 mm!
- 50.° Rajzold le az  $AB$  szakaszt, melynek hossza 8 cm 9 mm! Jelölj rajta egy  $C$  pontot úgy, hogy  $CB = 3$  cm 4 mm! Számítsd ki az  $AC$  szakasz hosszát!
- 51.° Rajzold le a  $TP$  szakaszt, melynek hossza 7 cm 8 mm! Jelölj rajta egy  $E$  pontot úgy, hogy  $TE = 2$  cm 6 mm! Számítsd ki az  $EP$  szakasz hosszát!
- 52.° Hasonlítsd össze szemre az  $AC$  és  $CD$  szakaszok hosszát (17. ábra)! Az eredményt méréssel ellenőrizd!

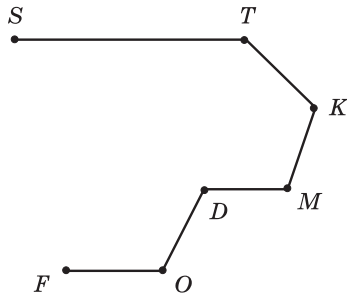


17. ábra

- 53.° Határozd meg a 11. ábrán lévő összes töröttvonalat! Melyiknek lesz a legtöbb éle?
- 54.° A 18. ábrán lévő töröttvonalnak nevezd meg az éleit, és mérd meg a hosszukat (milliméterben)! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!



18. ábra



19. ábra

- 55.° A 19. ábrán lévő töröttvonalnak nevezd meg az éleit, és mérd meg a hosszukat (milliméterben)! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!
- 56.° A négyzetrácsos füzetlap rácsának egyik sarkában jelöld egy  $A$  pontot, az  $A$  ponttól négy négyzetráccsal balra és 5-tel feljebb jelöld egy  $B$  pontot, a  $C$  pont 3 négyzetráccsal jobbra és 1-gyel feljebb legyen a  $B$  pontnál. A következő  $D$  pontot úgy jelöld, hogy az 3 négyzetráccsal jobbra és 3-mal lejjebb legyen a  $C$  ponttól, az  $E$  pontot pedig úgy, hogy az egy négyzetráccsal jobbra és 2-vel

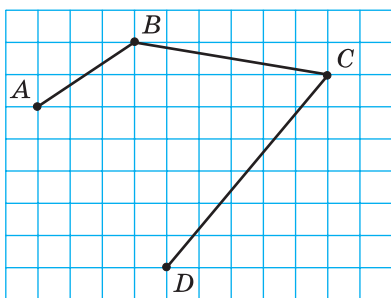


lejjebb legyen a  $D$  ponttól. Egymás után kösd össze az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  és  $E$  pontokat! Milyen alakzat keletkezett? Írd le a nevét, és határozd meg éleinek számát!

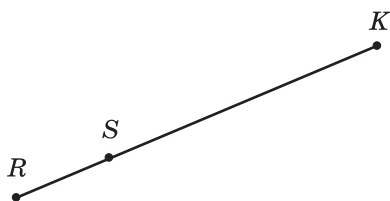
57.° Számítsd ki az  $ABCDE$  töröttvonal hosszát, ha  $AB = 8$  cm,  $BC = 14$  cm,  $CD = 23$  cm,  $DE = 10$  cm!

58.° Számítsd ki az  $MNKPEF$  töröttvonal hosszát, ha  $MN = 42$  mm,  $NK = 38$  mm,  $KP = 19$  mm,  $PE = 12$  mm,  $EF = 29$  mm!

59.° Rajzold át a füzetedbe a 20. ábrán lévő töröttvonalat! Mérd meg az éleinek hosszát (milliméterben), és határozd meg a töröttvonal hosszát!



20. ábra



21. ábra

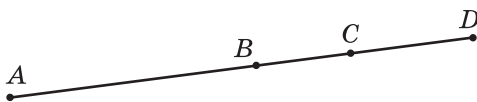
60.° Ismert, hogy az  $SK$  szakasz 3-szor hosszabb az  $RS$  szakasznál (21. ábra). Határozd meg az  $RK$  szakasz hosszát, ha  $RS = 34$  cm!

61.° Ismert, hogy a  $DB$  szakasz 5-ször rövidebb az  $AD$  szakasznál (22. ábra). Határozd meg az  $AB$  szakasz hosszát, ha  $AD = 135$  cm!

62.° Ismert, hogy  $AC = 32$  cm,  $BC = 9$  cm,  $CD = 12$  cm (23. ábra). Határozd meg az  $AB$  és  $BD$  szakaszok hosszát!



22. ábra



23. ábra

63.° Ismert, hogy  $MF = 43$  cm,  $ME = 26$  cm,  $KE = 18$  cm (24. ábra). Határozd meg az  $MK$  és  $EF$  szakaszok hosszát!



24. ábra

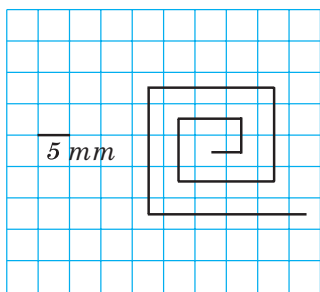
64.° Adott két pont. Hány olyan szakaszt lehet húzni, amely összeköti ezt a két pontot? Hány olyan törtvonalat lehet megrajzolni, amely összeköti ezt a két pontot?

- 65.\* Rajzolj egy  $MK$  szakaszt, és jelöld rajta az  $A$  és  $C$  pontokat! Írd fel az összes keletkező szakaszt!
- 66.\* Az  $AB$  szakasz hossza 28 cm. Az  $M$  és  $K$  pontok ehhez a szakaszhoz illeszkednek, mégpedig úgy, hogy a  $K$  az  $M$  és  $B$  pontok között van,  $AM = 12$  cm,  $BK = 9$  cm. Határozd meg az  $MK$  szakasz hosszát!
- 67.\* A  $C$  pont az  $AB$  szakaszhoz illeszkedik, az  $AC$  szakasz hossza 15 cm, az  $AB$  szakasz 5 cm-rel hosszabb, mint az  $AC$  szakasz. Mivel lesz egyenlő a  $BC$  szakasz hossza? Van-e a számítás szempontjából felesleges adat a feladatban?
- 68.\* Az  $MT$  és  $FK$  szakaszok egyenlők egymással (25. ábra). Hasonlítsd össze az  $MF$  és  $TK$  szakaszokat!

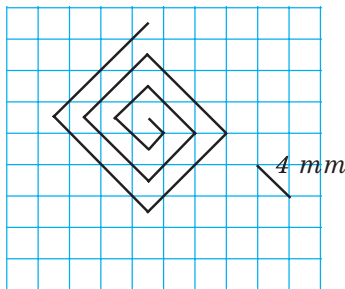


25. ábra

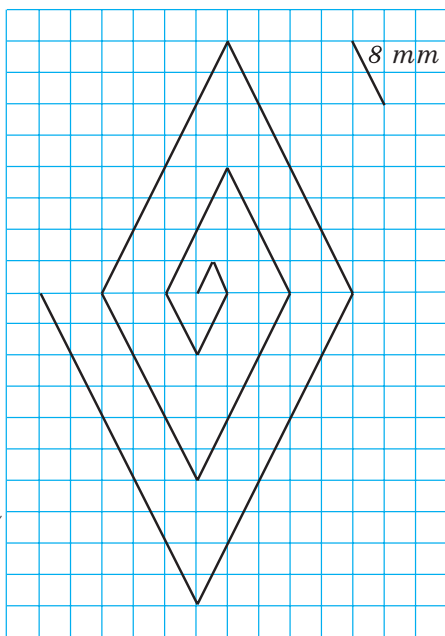
- 69.\* Rajzold meg azt az  $ACDM$  töröttvonalat, melyben  $AC = 15$  mm,  $CD = 24$  mm,  $DM = 32$  mm! Számítsd ki töröttvonal hosszát!
- 70.\* Rajzold meg azt a  $CEFK$  töröttvonalat, melynek a  $CE$  éle 8 mm, az  $EF$  éle 14 mm-rel hosszabb a  $CE$  élnél, az  $FK$  pedig 7 mm-rel rövidebb, mint az  $EF$ . Számítsd ki a töröttvonal hosszát!
- 71.\* Számítsd ki a 26. ábrán látható töröttvonal hosszát!



a



b

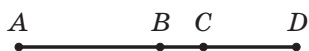


c

26. ábra

72.\* Adott, hogy  $AC = 8$  cm,  $BD = 6$  cm,  $BC = 2$  cm (27. ábra). Határozd meg az  $AD$  szakasz hosszát!

73.\* Adott, hogy  $MF = 30$  cm,  $ME = 18$  cm,  $KF = 22$  cm (28. ábra). Határozd meg a  $KE$  szakasz hosszát!

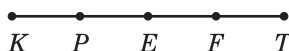


27. ábra



28. ábra

74.\*\* Adott, hogy  $KP = PE = EF = FT = 2$  cm (29. ábra). Milyen szakaszok lesznek egyenlők még ezen az ábrán? Határozd meg ezeknek a hosszát!



29. ábra

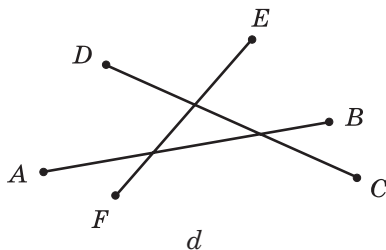
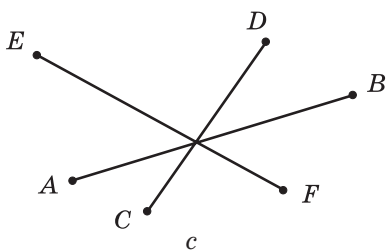
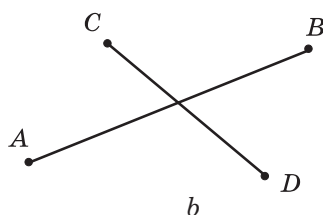
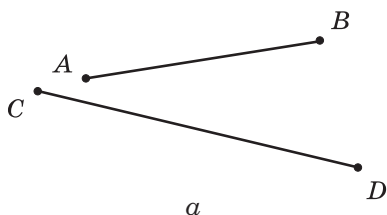


30. ábra

75.\*\* Az egyik szakaszon úgy jelöltek ki hét pontot, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 3 cm, a másikon pedig tíz pontot úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 2 cm. Az első vagy a második szakasznak lesz nagyobb a végpontjai közötti távolság?

76.\* Adott, hogy  $AE = 12$  cm,  $AQ = QB$ ,  $BM = MC$ ,  $CK = KD$ ,  $DR = RE$ ,  $MK = 4$  cm (30. ábra). Határozd meg a  $QR$  szakasz hosszát!

77.\* A 31. ábrán látható szakaszokon legkevesebb hány pontot kell jelölni, hogy mindegyik szakaszon, a végpontjain kívül két pont legyen kijelölve!



31. ábra

- 78.\* Misinek egy olyan vonalzója van, melyen csak a 0 cm, 5 cm és a 13 cm van megjelölve (32. ábra). Hogyan tud ezzel a vonalzóval olyan szakaszt rajzolni, melyek hossza: 1) 3 cm; 2) 2 cm; 3) 1 cm?



32. ábra

### Ismétlő gyakorlatok

79. Számítsd ki:

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $258 \cdot 75$ ;  | 5) $104 \cdot 904$ ; | 9) $3328 : 52$ ;     |
| 2) $280 \cdot 70$ ;  | 6) $868 : 7$ ;       | 10) $9044 : 38$ ;    |
| 3) $6409 \cdot 48$ ; | 7) $81\,225 : 9$ ;   | 11) $14\,496 : 48$ ; |
| 4) $685 \cdot 293$ ; | 8) $896 : 28$ ;      | 12) $37\,592 : 74$ ! |

80. Végezzétek el a műveleteket:

- 1)  $38 \cdot 17 - 4832 : 16$ ;      2)  $3596 - 3596 : (2314 - 2256)$ !

81. V. O. Szuhomlinszkij (1918–1970), az ismert ukrán pedagógus a pedagógiai pályafutását 1935-ben kezdte el, és 1947-től haláláig a Pavlisini Középiskola igazgatójaként tevékenykedett Kirovohrad megyében. Hány éves korában kezdte el Vaszil Olekszandrovics a tanítóskodást? Hány évet szentelt a gyerekek nevelésére? Hány évig vezette az iskolát V. O. Szuhomlinszkij?

82. Az óvodának 4 láda cukorkát ajándékoztak, mindegyik ládában 5 kg volt, és 6 láda kekszet, melyek mindegyikében 3 kg volt. Hány kilogrammal több cukorkát ajándékoztak az óvodának, mint kekszet?

83. Micimackó télire 7 dézsza mézet készletezett, melyek mindegyikében 12 kg volt, és 8 kisebb dézsával, melyek mindegyikében 10 kg méz volt. Hány kilogramm mézet készletezett Micimackó télire?

84. Az üzletbe 240 kg banánt és 156 kg narancsot szállítottak. A gyümölcsök harmadát már az első napon eladták, a többit pedig a második napon. Hány kilogramm gyümölcsöt adtak el a második napon?

85. A kertész a gyümölcsösében 246 kg almát és 354 kg körtét takarított be. Az összes gyümölcs hatodrészét az óvoda barátainak adományozta, az ötödét az iskolás barátainak, a többit pedig a kórháznak. Hány kilogramm gyümölcsöt adományozott a kertész a kórháznak?



### Bölcs Bagoly feladványa

86. Nevezd meg azt a legkisebb természetes számot, melynek számjegyeinek összege 101!

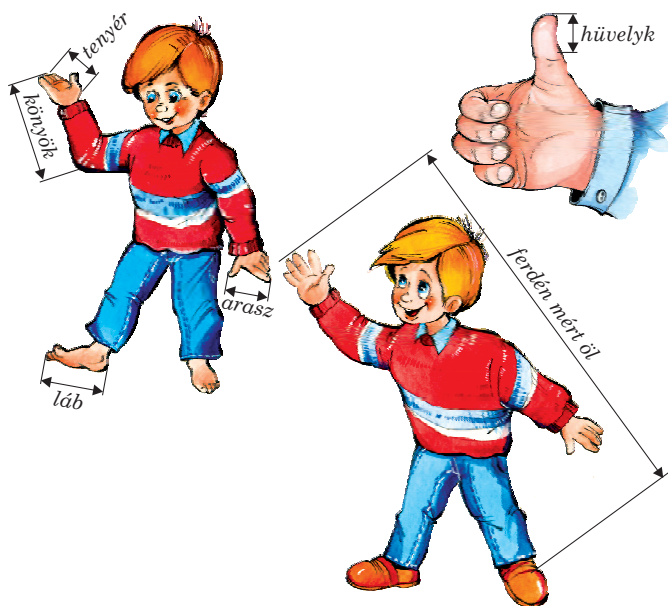
## Miután felkészültél az órára

### A könyököktől és a tenyerektől a metrikus rendszerig

A szakasz hosszának meghatározására az osztály minden diákja a saját belátása szerint adhatja meg az egységnyi szakasz hosszát. Ebben az esetben viszont nagyon nehéz lenne közösen használni a mérések eredményét. Ezért célszerű előre egyeztetni, vagyis megadni azt a szakaszt, amellyel mindenki dolgozik majd.

Hasonló megfontolásokból született a hosszúság mértékegysége.

A kezdetekkor az emberek a *lépést* használták a hosszúság mértékegységül. De több nép is a *nyílvevessző repülési távolságát* használta. A nagy távolságokat *1 napi járásban* mérték. Azonkívül alkalmazták a kéznél lévő végtagokat is: *arasz*, *könyök*, *lépés*, *tenyér*, *hüvelyk*, *ferdén mért öl* (33. ábra) stb.



33. ábra

Ezek a **hosszmértékegységek** kényelmesek, viszont nagyon nem pontosak. Ráadásul a sokszínűségük és következetlenségük miatt a

kereskedelem és a gazdaság akadályai lettek. A XVIII. században majdnem minden német város, a mai Olaszország területén lévő országok többsége saját mértéket vezetett be, melyeknek gyakran ugyanaz volt a nevük, de nem voltak egyenlők. Franciaországban már odáig mentek, hogy minden hűbérúr saját mértékegységet állapított meg.

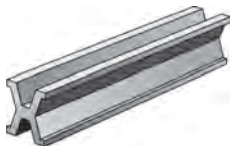
**1790**-ben a francia nemzetgyűlés javaslatot tett egy új mértékegységrendszer megalkotására, és **1791**-ben bevezették a hosszúság mértékegységét, a **métert**. A méter a görög *metron* szóból ered, amely *mérést* jelent. **1799**-ben elkészítették a méter szabványát, ami egy platina rúd volt. De csak 100 év elteltével terjedt el egész Európában a **metrikus mértékegységrendszer**.

A hosszúság méterhez kapcsolódó egyéb mértékegységeit prefixum segítségével alkotjuk: *deci-*, *centi-*, *milli-*, ami a méter **10**-dére, **100**-adára, **1000**-dére való csökkentését jelöli. Például a *deciméter* a méter tizedrésze, a *milliméter* pedig az ezredrésze. A *kilo-* előtag 1000-szeres növelést jelent, ezért a *kilométer* **1000** méterrel egyenlő.



34. ábra

A metrikus mértékegységrendszert gyakorlatilag az egész világon használják, de vannak kivételek is. Például Nagy-Britanniában a metrikus rendszerrel együtt a középkorban kialakult hosszegységeket is alkalmazzák, mint például a mérföld, a yard, a láb, a hüvelyk. A greenwichi csillagvizsgáló falán a hosszegység etalonjai láthatók (34. ábra).



35. ábra

**1889**-ben elkészítették platina-íridium ötvözetből a méter nemzetközi etalonját (35. ábra). Ezt az ősmétert Párizs mellett, **Sèvres**-ben, a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban őrzik.

### 4. A sík. Egyenes. Félegyenes

A füzetetek mérete kizárja, hogy nagyon hosszú szakaszokat rajzoljunk. Képzeljétek el, hogy a füzetlapot olyan méretűre növelnénk, mint az asztal lapja, vagy a tenispálya, vagy esetleg a futballpálya. Az ilyen lap a **sík** egy részének tekinthető.

A sík *végtelen*, ezért nem ábrázolható. Ezt a mértani alakzatot csak elképzelni lehet.

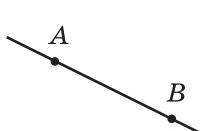
Most már érthető, hogy a síkra nagyon hosszú szakaszt is rajzolhatunk. Bármilyen szakaszt vonalzó segítségével mindkét irányba meghosszabbíthatunk. Ha a képzeletünkben ezt korlátlanul folytatjuk, akkor egy olyan mértani alakzatot kapunk, melyet **egyenesnek** nevezünk.

Az egyenesnek nincsenek végei, ezért végtelen. A rajzon az egyenesnek csak egy részét, egy szakaszát tudjuk megjeleníteni.

Jelöljük a lapon két pontot: az  $A$ -t és  $B$ -t. Rajtuk keresztül egy egyenest húzunk (36. ábra). Ha még egy egyenest próbálnánk ezeken a pontokon keresztül húzni, ez nem sikerülne.

***Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.***

Ez a tulajdonság lehetőséget ad arra, hogy az egyenest bármilyen két pontja alapján meghatározzuk. Így az  $A$  és  $B$  ponton áthaladó egyenest (36. ábra) kétféleképpen jelölhetjük:  $AB$  vagy  $BA$ . Így olvasuk:  $AB$  egyenes vagy  $BA$  egyenes.



36. ábra



37. ábra

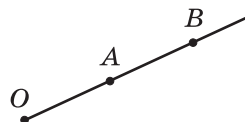


38. ábra

Az egyeneseket a latin ábécé írott kisbetűivel jelöljük. A 37. ábrán az  $m$  és  $n$  egyenesek láthatók.

Meghúzunk egy  $AB$  egyenest és jelölünk rajta egy  $O$  pontot (38. ábra). Ez a pont az egyenest két részre osztja. Mindkét részt az  $O$  ponttal együtt **félegyenesnek**, az  $O$  pontot pedig a **félegyenes kezdőpontjának** nevezük. A félegyenesnek nincs vége.

Az egyeneshez hasonlóan a félegyenes is két latin nagybetűvel jelöljük. Az első betűnek a félegyenes kezdőpontját vesszük, a másodiknak pedig a félegyenes bármely más pontját. Például az  $O$  kezdőpontú félegyeneset  $OA$ -val és  $OB$ -vel is jelölhetjük (39. ábra).



39. ábra

A félegyenes szintén geometriai alakzat.



1. Végtelen-e a sík?
2. Vannak-e végei az egyenesnek?
3. Hány egyenes húzható két ponton keresztül?
4. Hogyan jelöljük az egyenest?
5. Hogyan nevezzük az egyenesnek azokat a részeit, amelyekre az egyenes bármely pontja osztja?
6. Hogy jelöljük a félegyenest?
7. Milyen geometriai alakzatokkal ismerkedtél meg ebben a pontban?

### Szóban oldd meg!

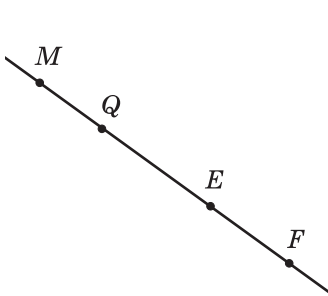
1. Számítsd ki:
 

|                          |                 |                  |
|--------------------------|-----------------|------------------|
| 1) $312 \cdot 10$ ;      | 4) $720 : 9$ ;  | 7) $1212 : 12$ ; |
| 2) $5 \cdot 1000$ ;      | 5) $480 : 4$ ;  | 8) $1010 : 5$ !  |
| 3) $100 \cdot 10\,000$ ; | 6) $480 : 16$ ; |                  |
2. Duplázd meg a 26-ot! Határozd meg a 26 felét! Háromszorozd meg a 27-et! Határozd meg a 27 harmadát!
3. Reggel 10 órakor az állomásról elindult egy vonat 60 km/ó-s sebességgel. Mekkora távolságra lesz az állomástól a vonat 15 órakor, ha megállás nélkül közlekedett, és közben nem változtatta sebességét!
4. Egy darab kötelet úgy vágtak háromfelé, hogy az első darab 3 méterrel rövidebb volt, mint a második, és 3 méterrel hosszabb, mint a harmadik. Hány méterrel rövidebb a harmadik darab a másodiknál?

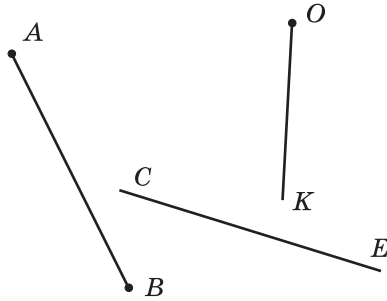
### Gyakorlatok

- 87.° Jelöld a füzetben az  $M$  és  $K$  pontot, és húzz rajtuk keresztül egy egyenest. Az  $MK$  szakaszon jelölj egy  $N$  pontot. Illeszkedik-e az  $N$  pont az  $MK$  egyeneshez? Jelölj egy  $P$  pontot az  $MK$  egyenesen úgy, hogy az  $MK$  szakaszon kívül legyen. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!
- 88.° Rajzolj egy tetszőleges egyenest, melyen jelöld meg az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontokat. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!
- 89.° Felhasználva a 40. ábrát, állapítsd meg, hogy igaz-e az állítás:
  - 1) a  $Q$  pont az  $ME$  szakaszon helyezkedik el;
  - 2) a  $Q$  pont az  $EF$  félegyenesen helyezkedik el;
  - 3) a  $Q$  pont az  $FE$  félegyenesen helyezkedik el;
  - 4) az  $E$  pont az  $MF$  és az  $FM$  félegyeneseken helyezkedik el;
  - 5) az  $M$  pont a  $QE$  szakaszon helyezkedik el;
  - 6) az  $M$  pont a  $QE$  egyenesen helyezkedik el.





40. ábra



41. ábra

90.° Metszik-e egymást a 41. ábrán lévő alakzatok:

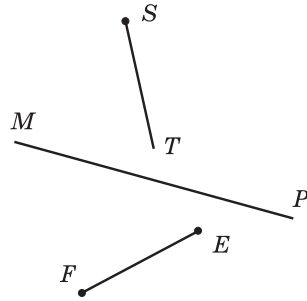
- 1) a  $CE$  egyenes és az  $AB$  szakasz;
- 2) az  $OK$  félegyenes és a  $CE$  egyenes;
- 3) az  $OK$  félegyenes és az  $AB$  szakasz?

91.° Metszik-e egymást a 42. ábrán lévő alakzatok:

- 1) az  $MP$  egyenes és az  $EF$  szakasz;
- 2) az  $ST$  félegyenes és az  $MP$  egyenes;
- 3) az  $EF$  szakasz és az  $ST$  félegyenes?

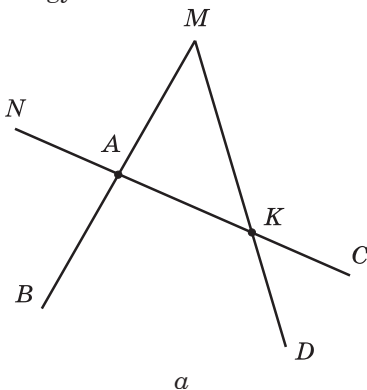
92.° Jelölj a füzetben: 1) négy pontot, melyek közül semelyik három nem fekszik egy egyenesen; 2) öt pontot, melyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre!

93.° Az  $AB$  egyenesen felvettek egy  $M$  és egy  $N$  pontot. Nevezd meg az így keletkező alakzatokat!

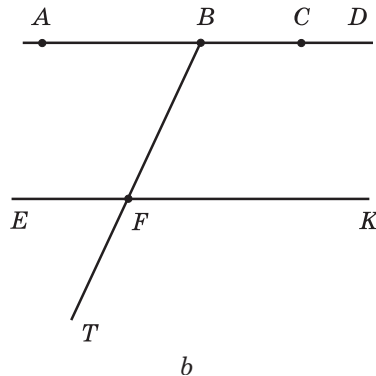


42. ábra

94.° Nevezd meg a 43. ábrán látható összes szakaszt, egyenest és félegyeneset!



a



b

43. ábra



108. A turistacsoport gyalog 72 km-t tett meg, vonattal 5-ször többet, mint gyalog, autóbusszal pedig 128 km-rel kevesebbet, mint vonattal. Hány kilométert tett meg összesen ez a turistacsoport?
109. A Varázsló meglátogatta a Vasorrú Bábát. Először ágyúgolyón ülve 4 óra alatt megtett 276 km-t, majd a maradék 156 km-t a hétmérföldes csizmájával 6 óra alatt. Mennyivel nagyobb az ágyúgolyó sebessége a hétmérföldes csizma sebességénél?
110. A folyón az ár irányában a csónak 5 óra alatt 95 km-t tett meg, a vízfolyással szemben pedig 7 óra alatt 119 km-t. Mennyivel kevesebb a csónak sebessége árral szemben, mint a vízfolyás irányában?
111. Az egyenesen 20 pontot jelöltek meg úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 4 cm. Határozd meg a szélső pontok közötti távolságot!
112. Az egyenesen úgy jelöltek pontokat, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 5 cm volt, a szélső pontok közötti távolság pedig 45 cm. Hány pont volt kijelölve ezen az egyenesen?



### **Bölcs Bagoly feladványa**

113. Hogyan lehet felsorakoztatni három sorban 16 tanulót úgy, hogy minden sorban egyenlő számú tanuló legyen?

## **Miután felkészültél az órára**

### **A fonalról és a vonalról**

A szakasz, az egyenes, a félegyenes különböző **vonalfajták**. A jégtáncos által hagyott nyom (45. ábra), illetve az iskolai formaruhára véletlenül rátapadt cérnaszál alapján elképzelést alkothatunk a vonalról.



45. ábra

A térképen az útvonalat szintén vonallal ábrázolják (46. ábra).



46. ábra



47. ábra

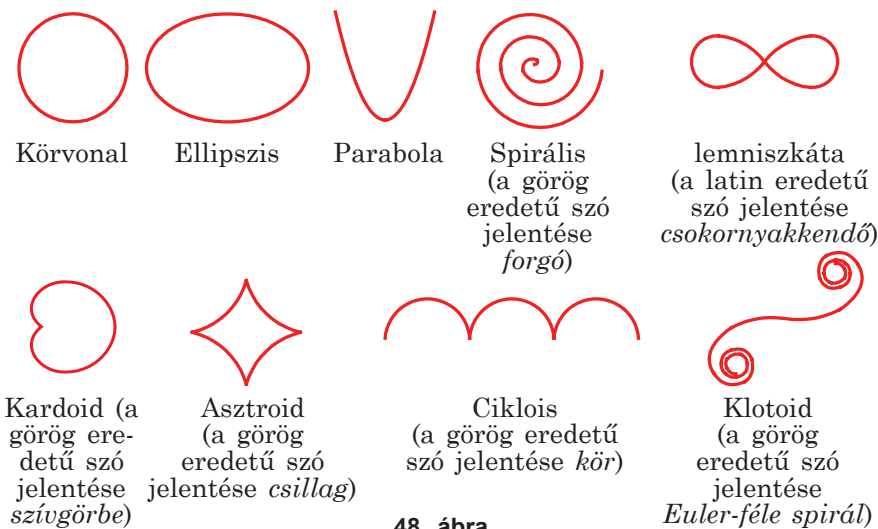
Eukleidész ógörög matematikus *Elemek* című nevezetes művében nagyon eredetileg határozta meg a vonal jelentését: *a vonal szélesség nélküli hosszúság*.

Az ukrán *лінія* a latin *linum* szóból ered, melynek jelentése len, lenfonal.

Hegyes ceruza segítségével nagyon bonyolult vonalat is le lehet rajzolni, például egy aláírást. A 47. ábrán T. H. Sevcenko, híres ukrán költő aláírásának másolata látható.

A matematika számos érdekes tulajdonsággal rendelkező vonalat tanulmányoz. Ezek közül néhánynak saját neve is van. Ilyen vonalakból láthatunk néhányat a 48. ábrán.

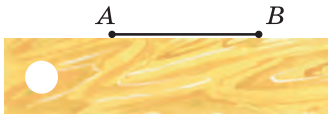
A vonalak családja nagyon szerteágazó. Tulajdonságaikkal a felsőbb osztályokban ismerkedtek majd meg.



48. ábra

## 5. A skála. Számegyenes

Egy egyenes lécs segítségével az  $A$  és  $B$  pontokat össze lehet kötni egy szakasszal (49. ábra). De ezzel az egyszerű eszközzel nem tudjuk meghatározni az  $AB$  szakasz hosszát. Tökéletesítsük az eszközünket.

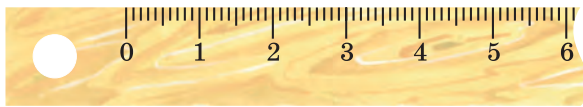


49. ábra



50. ábra

A lécen centiméterenként egy-egy vonalkát húzunk. Az első alá 0-t, a második alá 1-et, a harmadik alá 2-t és így tovább írunk. Ekkor azt mondják, hogy a lécre rajzoltunk egy **skálát, melynek beosztása 1 cm**. Ez a skálával ellátott lécs egy vonalzóra hasonlít. De leggyakrabban a vonalzón a skála beosztása 1 mm (51. ábra).

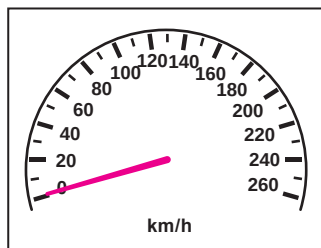


51. ábra

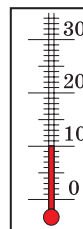
A hétköznapi életből több olyan mérőeszközt is ismertek, amelyeken különböző alakú skálák szerepelnek. Az óra számlapjának beosztása (vagy osztásköze) 1 perc (52. ábra); a gépkocsi sebességmérőjének skáláján (53. ábra) az osztásköz értéke 10 km/ó; a szobahőmérő (54. ábra) skálájának beosztása pedig 1 °C.



52. ábra

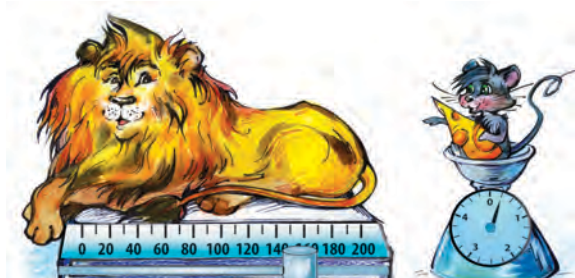


53. ábra



54. ábra

A mérlegek skálájának beosztása (55. ábra) különböző lehet, attól függően, hogy mit szeretnének rajta megmérni.



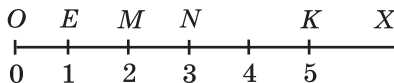
55. ábra

A tervező olyan mérőeszközöket hoz létre, melynek skálája véges, vagyis létezik egy maximális érték, ameddig az adott eszközzel mérni tudunk. A matematikus viszont végtelen skálát is tud alkotni.

Megrajzoljuk az  $OX$  félegyenest. Jelölünk rajta egy tetszőleges  $E$  pontot. Az  $O$  pont alá írjuk a 0 számot, az  $E$  pont alá pedig az 1-es számot (56. ábra).

Azt mondjuk, hogy az  $O$  pont a 0 pontot *szemlélteti*, az  $E$  pont pedig az 1-est. Úgy is fogalmazhatunk, hogy az  $O$  pontnak a 0 szám *felel meg*, az  $E$  pontnak pedig az 1.

Az  $E$  ponttól jobbra felmérjük az  $OE$  távolságot. Ezzel az  $M$  pontot kapjuk, amelynek a 2-es szám felel meg (56. ábra). Hasonlóan jelöljük az  $N$  pontot, amely a 3-as számot ábrázolja. Így lépésről lépésre haladva megkapjuk a 4, 5, 6, ... számokat. Gondolatban ez a művelet bármeddig folytatható.



56. ábra

Az így kapott végtelen skálát **számegyenesnek**, az  $O$  pontot a számegyenes **kezdőpontjának**, az  $OE$  szakaszt pedig **egységnyi szakasznak** nevezzük.

Az 56. ábrán a  $K$  pont az 5-ös számot jelöli. Azt mondjuk, hogy a  $K$  pontnak 5 a **koordinátája**, és így jelöljük:  $K(5)$ . Hasonlóan fel lehet írni, hogy  $O(0)$ ,  $E(1)$ ,  $M(2)$ ,  $N(3)$ .

Általában a *jelölünk egy pontot, melynek koordinátája egyenlő...* kifejezés helyett azt mondhatjuk, hogy *jelölünk egy számot....*



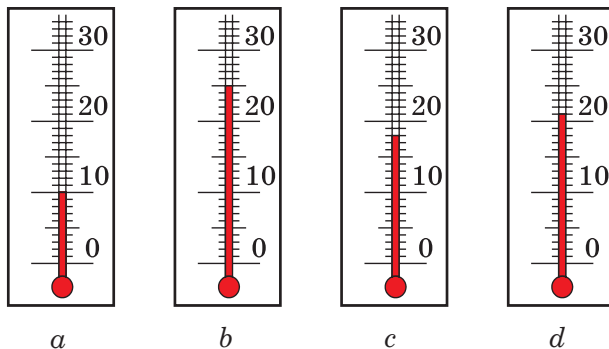
1. Mondjál példát skálával rendelkező eszközökre!
2. Magyarázd meg, hogy mit nevezünk számegyenesnek!
3. Milyen esetben mondjuk azt, hogy a 7-es szám az  $A$  pont koordinátája?
4. Hogyan írjuk le, hogy a 7-es szám az  $A$  pont koordinátája?

### Szóban oldd meg!

1. Végezd el a műveleteket:  
1)  $18 + 14$ ;      2)  $180 + 140$ ;      3)  $180 + 14$ ;      4)  $18 + 140$ !
2. Mivel egyenlő a legnagyobb háromjegyű és a legkisebb négyjegyű szám összege?
3. Öt tasakba egyenlően osztanak szét 10 kg cukorkát. Hány ugyanilyen tasak szükséges 30 kg cukorka csomagolásához?
4. Mivel egyenlő annak a töröttvonalnak a hossza, amelynek hat db 7 cm-es éle van?
5. Melyik három számjegyet kell kihúzni a 8 724 516-os számból, hogy a maradék számjegyekből képzett szám ugyanolyan sorrendben:  
1) a lehető legnagyobb;      2) a lehető legkisebb legyen?

### Gyakorlatok

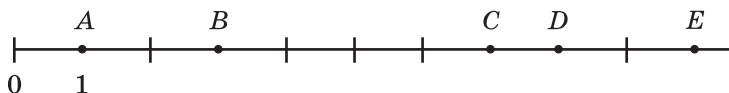
- 114.° Az 57. ábrán látható hőmérőkről olvasd le a levegő napi hőmérsékletét!



57. ábra

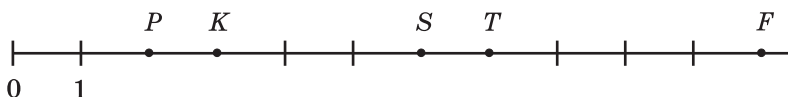
- 115.° Milyen hőmérsékletet mutat az 57. c ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 6 beosztással lejjebb megy; 2) 4 beosztást emelkedik?
- 116.° Milyen hőmérsékletet mutat az 57. d ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 3 beosztást emelkedik; 2) 5 beosztást süllyed?

- 117.<sup>o</sup> Határozd meg az 58. ábrán lévő  $A, B, C, D, E$  pontok koordinátáit!



58. ábra

- 118.<sup>o</sup> Határozd meg az 59. ábrán lévő  $P, K, S, T, F$  pontok koordinátáit!



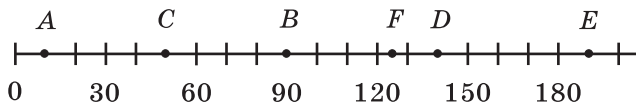
59. ábra

- 119.<sup>o</sup> Jelöld a számegyenesen azokat a pontokat, melyek az 1, 3, 5 számoknak felelnek meg, ha az egységnyi szakasz 1 cm! Rajzolj még két számegyenest, és jelöld ugyanezeket a pontokat, ha az egységnyi szakasz az elsőn 2 cm, a másodikokon pedig 5 mm!
- 120.<sup>o</sup> Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 4, 8, 9 számoknak megfelelő pontokat!
- 121.<sup>o</sup> Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 5, 7, 10 számoknak megfelelő pontokat!
- 122.<sup>o</sup> Írd fel az összes olyan természetes számot, melyek a számegyenesen: 1) a 12-től balra; 2) a 18-tól balra, de a 8-tól jobbra helyezkednek el!
- 123.<sup>o</sup> Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 3-nál nagyobbak, de 7-nél kisebbek!
- 124.<sup>o</sup> Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 5-nél nagyobbak, de 10-nél kisebbek!
- 125.<sup>o</sup> Mely természetes számok helyezkednek el a számegyenesen a következő számok között:
- |                |                  |
|----------------|------------------|
| 1) 132 és 140; | 3) 2126 és 2128; |
| 2) 487 és 492; | 4) 3714 és 3715? |
- 126.<sup>o</sup> Írd fel azokat a természetes számokat, melyek a számegyenesen a következő számok között helyezkednek el:
- |                |                  |                  |
|----------------|------------------|------------------|
| 1) 234 és 239; | 2) 1518 és 1524; | 3) 7564 és 7566! |
|----------------|------------------|------------------|
- 127.<sup>o</sup> Rajzolj egy 8 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 16-ot! Oszd fel ezt a szakaszt 4 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 3, 7, 9, 14, 15 számokat!



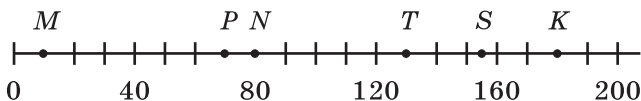
**128.\*** Rajzolj egy 9 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 18-at! Oszd fel ezt a szakaszt 6 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 4, 8, 10, 16, 17 számokat!

**129.\*** Határozd meg a 60. ábrán az  $A, B, C, D, E, F$  pontok koordinátáit!



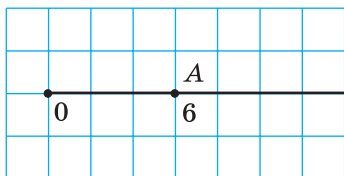
60. ábra

**130.\*** Határozd meg a 61. ábrán az  $M, N, P, T, K, S$  pontok koordinátáit!

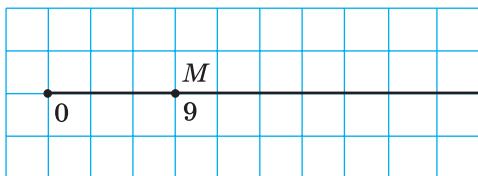


61. ábra

**131.\*** Rajzold át a 62. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen a  $B$  (12),  $C$  (2),  $D$  (8) pontokat!



62. ábra



63. ábra

**132.\*** Rajzold át a 63. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen az  $E$  (27),  $F$  (6),  $K$  (15),  $P$  (21) pontokat!

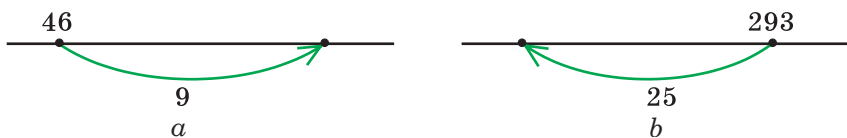
**133.\*** Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta a  $B$  (5) ponttól:

- 1) hat egységnyi szakasz;
- 2) három egységnyi szakasz;
- 3) öt egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

**134.\*** Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta az  $A$  (7) ponttól:

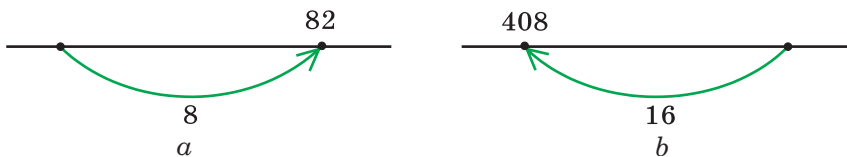
- 1) tíz egységnyi szakasz;
- 2) négy egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

135.\* Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (64. ábra)?



64. ábra

136.\* Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (65. ábra)?



65. ábra

137.\*\* A szöcske egy ugrással a számegyenes mentén vagy 5 egységnyi szakaszt jobbra ugrik, vagy 3-at balra. Az első szökdelés során 5 egységet ugrik jobbra. Képes-e néhány ugrással az  $O$  (0) pontból: 1) az  $A$  (7); 2) a  $B$  (8) pontba jutni?

## Ismétlő gyakorlatok

138. Végezd el:

1)  $265 + 35 \cdot 16$ ;

3)  $336 - 192 : 12$ ;

2)  $(265 + 35) \cdot 16$ ;

4)  $(336 - 192) : 12$ !

139. 7 kilogramm alma annyiba kerül, mint 4 kg körte. Hány kilogramm körtét vehetünk 42 kg alma árából?

140. A Kijevi Barlangkolostor nagy harangtoronyának magassága majdnem 97 m, ami 12 m-rel nagyobb a Szent Mihály-székesegyház (Kijev) harangtoronyának magasságánál. A Szentháromság-székesegyház (Csernyihiv) harangtoronyának magassága 58 m, ami 18 m-rel kisebb, mint a Szófia-székesegyház (Kijev) harangtornya. A Szent Mihály-székesegyház, illetve a Szófia-székesegyház harangtornya közül melyik magasabb, és mennyivel?



## Bölcs Bagoly feladványa

141. A kerítés mentén 8 almafa nő. A szomszédos almafákon lévő almák száma közötti különbség egy. Lehet-e ezeken az almafákon összesen 225 alma?



A Kijevi Barlangkolostor harangtornya



A Szent Mihály-székesegyház (Kijev)



A Szentháromság-székesegyház (Csernyihiv)



A Szófia-székesegyház (Kijev)

## 6. A természetes számok összehasonlítása

Két különböző számot összehasonlítani annyit jelent, hogy megállapítani azt, melyik a nagyobb és melyik a kisebb.

Két természetes szám közül a kisebbik a természetes számsorban előrébb áll, a nagyobbik pedig hátrébb. Ezért, például az 5-ös szám kisebb, mint a 7-es, a 171 nagyobb, mint a 19. Az összehasonlítás eredményét a  $<$  (kisebb) és a  $>$  (nagyobb) jellel írjuk le:  $5 < 7$  és  $171 > 19$ . Az ilyen felírást **egyenlőtlenségnek** nevezzük.

*A 0 kisebb, mint bármelyik természetes szám.* Például  $0 < 12$ .

Egyszerre három számot is össze lehet hasonlítani. Például 17 nagyobb, mint 15, de kisebb, mint 20. Ezt így írjuk le:  $15 < 17 < 20$ . Ezt a felírást **kettős egyenlőtlenségnek** nevezzük. Gyakran a kettős szót elhagyjuk, és a kettős egyenlőtlenséget is csak egyenlőtlenségnek nevezzük.

A természetes számokat össze lehet hasonlítani a természetes számsor nélkül is.

A többjegyű számok összehasonlítása egyszerű, ha különböző számú számjegyekből áll.

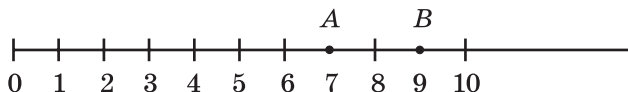
**Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.**

Például az 597 013 617 kilencjegyű szám, a 99 982 475 pedig nyolcjegyű szám, ezért az első szám nagyobb, mint a második.

Ha két többjegyű szám számjegyeinek a száma egyenlő, akkor a következő szabályt kell alkalmazni: **Ha két szám ugyanannyi számjegyből áll, akkor az a nagyobb, amelyben balról jobbra haladva az első eltérő számjegy nagyobb.**

Például  $7256 > 7249$ , a  $582\,647 < 582\,879$ .

Megjegyezzük, hogy *a számegyenesen a kisebb koordinátájú pont balra helyezkedik el a nagyobb koordinátájú ponttól*. Például A (7) pont balra esik a B (9) ponttól, mivel  $7 < 9$  (66. ábra).



66. ábra

*A két természetes szám esetén a kisebb szám a nagyobbhoz viszonyítva balra helyezkedik el a számegyenesen.*

**1. PÉLDA.** A következő számokban néhány számjegy helyén csillag áll. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1)  $69*$  és  $**43$ ;

2)  $72***$  és  $70***$ !

**Megoldás.** 1) Mivel az első szám háromjegyű, a második pedig négyjegyű, ezért  $69* < **43$ .

2) A két szám számjegyeinek száma egyenlő. Az első számjegye mindkét számnak a 7. A második számjegyük megfelelően 2 és 0. Mivel  $2 > 0$ , ezért  $72*** > 70***$ . ◀

**2. PÉLDA.** Hasonlítsd össze: 8 km 24 m és 8146 m!

**Megoldás.**

Mivel  $8\text{ km } 24\text{ m} = 8024\text{ m}$ , ezért  $8\text{ km } 24\text{ m} < 8146\text{ m}$ . ◀



1. Mit jelent két természetes szám összehasonlítása?
2. Hogyan lehet a természetes számsor alkalmazásával megállapítani, melyik természetes szám kisebb? Nagyobb?
3. Melyik szám kisebb, mint bármelyik természetes szám?



144.<sup>o</sup> Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) 326 és 362;
- 2) 483 és 480;
- 3) 1999 és 2002;
- 4) 6235 és 6196;
- 5) 21 396 és 21 298;
- 6) 72 168 és 72 170;
- 7) 5 716 007 és 5 715 465;
- 8) 3 654 987 és 3 654 991;
- 9) 4 398 657 436 és 4 398 659 322;
- 10) 16 000 023 009 és 16 000 032 000!

145.<sup>o</sup> Hasonlítsd össze a számokat:

- |                  |                                    |
|------------------|------------------------------------|
| 1) 642 és 624;   | 5) 1 400 140 és 1 401 400;         |
| 2) 786 és 779;   | 6) 224 978 és 224 988;             |
| 3) 4897 és 5010; | 7) 6 130 852 és 6 130 941;         |
| 4) 4455 és 5444; | 8) 5 287 746 525 és 5 287 736 638! |

146.<sup>o</sup> Írd fel növekvő sorrendbe a következő számokat: 894, 479, 846, 591, 701!

147.<sup>o</sup> Írd fel növekvő sorrendbe a következő számokat: 639, 724, 731, 658, 693!

148.<sup>o</sup> Nevezd meg az összes olyan természetes számot, mely:

- 1) nagyobb, mint 678, de kisebb, mint 684;
- 2) nagyobb, mint 935, de kisebb, mint 940;
- 3) nagyobb, mint 2 934 450, de kisebb, mint 2 934 454;
- 4) nagyobb, mint 12 704, de kisebb, mint 12 708;
- 5) nagyobb, mint 24 315, de kisebb, mint 24 316!

149.<sup>o</sup> Nevezd meg az összes olyan természetes számot, mely:

- 1) nagyobb, mint 549, de kisebb, mint 556;
- 2) nagyobb, mint 1 823 236, de kisebb, mint 1 823 240;
- 3) nagyobb, mint 47 246, de kisebb, mint 47 248!

150.<sup>o</sup> Jelöld a számegyenesen az összes olyan természetes számot, mely: 1) kisebb, mint 12; 2) nagyobb, mint 4, de kisebb, mint 10!

151.\* Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1) $526* < 5261$ ; | 3) $7286 < 72*8$ ; |
| 2) $4345 > 43*8$ ; | 4) $2*09 > 2710$ ! |

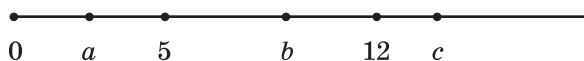
Vizsgáld meg minden lehetséges esetet!

152.\* Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 1) $321* > 3217$ ; | 2) $93*0 < 9332$ ! |
|--------------------|--------------------|

Vizsgáld meg minden lehetséges esetet!

- 153.\*** Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 473, de kisebb, mint 664, és a benne található 5-ös számjegy a tízes helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik?
- 154.\*** Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 578, de kisebb, mint 638, és a benne található 6-os számjegy a század helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb és a legnagyobb ilyen számot!
- 155.\*** Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 2364, de kisebb, mint 2432, és a benne található 8-as számjegy az egyes helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb, illetve a legnagyobb ilyen számot!
- 156.\*** Jelöld a számegyenesen az 5, 12,  $a$ ,  $b$  és  $c$  számokat (67. ábra)!



67. ábra

Hasonlítsd össze a következő számokat:

- 1)  $a$  és 5;      2) 12 és  $b$ ;      3)  $a$  és 12;      4)  $c$  és  $a$ !

- 157.\*** Írd fel kettős egyenlőtlenség alakjában:

- 1) 7 nagyobb, mint 5, de kisebb, mint 10;  
 2) 62 kisebb, mint 70, de nagyobb, mint 60;  
 3) 54 kisebb, mint 94, de nagyobb, mint 44;  
 4) 128 nagyobb, mint 127, de kisebb, mint 129!

- 158.\*** Melyik két legközelebb álló természetes szám között helyezkedik el a következő szám:

- 1) 24;      3) 258;      5) 999 999;  
 2) 56;      4) 4325;      6) 1 300 000?

A feleletet írd fel kettős egyenlőtlenséggel!

- 159.\*** A számok felírásakor néhány számjegyet csillaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

- 1) 43 \*\*\* és 48 \*\*\*;      3)  $9*4$  és  $9**3$ ;  
 2)  $38*$  és  $1***$ ;      4)  $6*9$  és  $96*!$

- 160.\*** A számok felírásakor néhány számjegyet csillaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

- 1)  $35* ***$  és  $32* ***$ ;      2)  $**68$  és  $86*!$

- 161.\*** Hasonlítsd össze:

- 1) 2 km és 1968 m;      6) 6 q 23 kg és 658 kg;  
 2) 4 dm és 4 m;      7) 4 t 275 kg és 42 q 75 kg;  
 3) 3 km 94 m és 3126 m;      8) 5 t 7 q 36 kg és 5 t 863 kg;  
 4) 712 kg és 8 q;      9) 8 t és 81 q;  
 5) 15 t és 35 q;      10) 83 dm 7 cm és 8 m 30 cm!

**162.\*\*** Hasonlítsd össze:

- |                          |                              |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) 6892 m és 7 km;       | 5) 9 q és 892 kg;            |
| 2) 8 cm és 8 dm;         | 6) 2 q 86 kg és 264 kg;      |
| 3) 4 km 43 m és 4210 m;  | 7) 3 t 248 kg és 32 q 84 kg; |
| 4) 27 dm 3 cm és 270 cm; | 8) 12 t 2 kg és 120 q 2 kg!  |

### **Ismétlő gyakorlatok**

**163.** Számítsd ki:

- 1)  $936 : 24 - 2204 : 58$ ;
- 2)  $5481 : 27 + 23 \cdot 27$ ;
- 3)  $3000 - (1085 - 833) : 42$ ;
- 4)  $(1248 + 652) \cdot (1423 - 1373)!$

**164.** 24 m szövetből hét egyforma ruhát lehet varrni. Hány ugyanilyen ruhát varrhatunk 48 m szövetből?

**165.** A híres párizsi Sorbonne Egyetem 1215-ös megalakulásával veszi kezdetét. 6 évvel fiatalabb, mint a Cambridge-i Egyetem (Nagy-Britannia), de 417 évvel öregebb a Kijev-Mohila Akadémiánál. Határozd meg: 1) a Cambridge-i Egyetem; 2) a Kijev-Mohila Akadémia alapítási évét! Hány éves Ukrajna legrégebbi egyeteme, a Lembergi Egyetem, ha a Cambridge-i Egyetem 452 évvel idősebb nála?



**Kijev-Mohila Akadémia**



**Lembergi Egyetem**



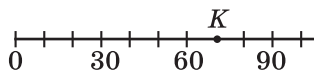
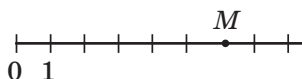
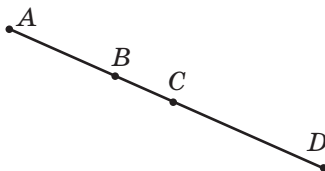
### **Bölcs Bagoly feladványa**

**166.** A hét törpe mindegyike különböző mennyiségű gombát szedett. Összesen 28-at. Hány gombát szedett mindegyik törpe, ha egyikük kosara sem volt üres?



## ELLENŐRIZD MAGADAT! 1. SZ. TESZTFELADAT

- Melyik szám áll 5100 előtt a természetes számsorban?  
A) 5009      B) 5939      C) 5099      D) 5199
- Hány szám áll a 31 és a 82 között a természetes számsorban?  
A) 48      B) 49      C) 50      D) 51
- Milyen számjegy áll a 243 786 számban a tízezer helyiértéken?  
A) 2      B) 4      C) 3      D) 8
- Válaszd ki a kétmillió-húszezer-kétszáz szám számjegyekkel leírt alakját!  
A) 2 020 200      C) 2 002 200  
B) 2 200 200      D) 2 200 020
- Mivel egyenlő az ábrán látható  $AD$  szakasz hossza, ha  $AC = 18$  cm,  $BD = 20$  cm,  $BC = 6$  cm?  
A) 38 cm      C) 28 cm  
B) 32 cm      D) 26 cm
- Melyik nem illeszkedik a  $BD$  félegyeneshez az ábrán jelölt pontok közül?  
A)  $B$       C)  $M$   
B)  $E$       D)  $K$
- Mivel egyenlő az ábrán látható  $M$  pont koordinátája?  
A) 5      C) 7  
B) 6      D) 8
- Mivel egyenlő az ábrán látható  $K$  pont koordinátája?  
A) 70      C) 80  
B) 75      D) 85
- Az adott számjegyek közül melyiket kell a csillag helyébe írni az  $1472 > 14 * 4$  kifejezésben, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk?  
A) 8      B) 7      C) 6      D) 9
- Hány természetes szám helyezkedik el a 15-ös számtól balra a számegyenesen?  
A) 13      B) 14      C) 15      D) végtelen sok



11. Az utcán a házak 1-től 25-ig vannak sorszámozva. Hányszor szerepel a 2-es számjegy a sorszámozásban?  
A) 5                      B) 7                      C) 8                      D) 9
12. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget:  
A)  $6 \text{ q} < 598 \text{ kg}$                       C)  $2 \text{ km } 85 \text{ m} > 2122 \text{ m}$   
B)  $7 \text{ q } 32 \text{ kg} > 723 \text{ kg}$                       D)  $1 \text{ km } 42 \text{ m} > 1200 \text{ m}$

## AZ 1. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

### Természetes számok

A tárgyak számlálására szolgáló 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., számokat **természetes számoknak** nevezzük.

### A szakasz hosszának tulajdonsága

Ha az  $AB$  szakaszon jelölünk egy  $C$  pontot, akkor az  $AB$  szakasz hossza egyenlő lesz az  $AC$  és  $CB$  szakaszok hosszainak összegével.

### Egyenlő szakaszok

Két szakasz akkor lesz egyenlő, ha egymásra helyezésnél fedik egymást.

### Az egyenes tulajdonsága

Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.

### A természetes számok összehasonlítása

- A 0 bármely természetes számnál kisebb.
- Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.
- Ha két szám ugyanannyi számjegyből áll, akkor az a nagyobb, amelyben balról jobbra haladva az első eltérő számjegy nagyobb.

## 2. §. A TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

### 7. A természetes számok összeadása.

#### Az összeadás tulajdonságai

Ahhoz, hogy az 5-höz hozzáadjunk 2-t, előbb hozzáadhunk az 5-höz 1-et, majd a kapott 6-hoz még 1-et. Ezt kaptuk:  $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$ . Az alsó osztályokban így adtál össze. Ma már automatikusan, emlékezetből és szinte azonnal közlöd az eredményt:  $2 + 7 = 9$ ,  $6 + 3 = 9$ ,  $2 + 8 = 10$ ,  $8 + 7 = 15$  stb., mivel már kívülről tudod az egyjegyű számok összeadásának táblázatát.

Miért kényelmes a többjegyű számok összeadása oszloponként? Adjuk össze például a 3 853 164 és a 2 700 503 számokat:

|  |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|  |   | 3 | 8 | 5 | 3 | 1 | 6 | 4 |  |
|  | + | 2 | 7 | 0 | 0 | 5 | 0 | 3 |  |
|  |   | 6 | 5 | 5 | 3 | 6 | 6 | 7 |  |
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

Írásbeli összeadásnál a tagokat helyi érték szerint egymás alá írjuk. Az összeadást a legkisebb helyi értéken kezdjük. Így tehát csak egyjegyű számokat kell összeadni.

Emlékeztetőül, az  $a + b = c$  egyenlőségben az  $a$  és  $b$  számokat **összeadandóknak**, a  $c$  számot valamint az  $a + b$  kifejezést pedig **összegnek** nevezzük. Itt betűkkel jelöltük a számokat. Hogy hogyan alkalmazzuk a betűket a kifejezések leírása során arról részletesebben a 9. pontban lesz szó.

Ugye emlékszel az összeadás **felcserélhetőségi tulajdonságára**: **az összeadandók felcserélésétől az összeg nem változik.**

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$a + b = b + a$$

Hogyan lehet legegyszerűbben kiszámítani a  $(64 + 23) + 77$  összeget?

Természetesen így:

$$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164.$$

Ezúttal az **összeadás csoportosítási törvényét** alkalmaztuk: **két szám összegéhez úgy is hozzáadhatunk egy harmadik számot, hogy az első számhoz hozzáadjuk a második és harmadik szám összegét.**

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Az összeadás tulajdonságaiból az következik, **hogy több összeadandó összeadásakor azokat bármilyen módon cserélgethetjük, és zárójelezhetjük, amivel meghatározhatjuk az összeadás sorrendjét.**

Például igaz a következő egyenlőség:

$$\begin{aligned} a + b + c &= c + b + a, \\ 2 + 3 + 7 + 8 &= (2 + 8) + (7 + 3). \end{aligned}$$

A 0 különleges tulajdonsággal bír:

**ha két összeadandó közül az egyik nullával egyenlő, akkor az összeg a másik összeadandóval egyenlő:**

$$\begin{aligned} a + 0 &= a, \\ 0 + a &= a \end{aligned}$$

**1. PÉLDA.** Hozd egyszerűbb alakra a  $136 + (a + 214)$  kifejezést!

*Megoldás.* Az összeadás felcserélhetőségi és csoportosítási törvényét alkalmazva a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} 136 + (a + 214) &= 136 + (214 + a) = \\ &= (136 + 214) + a = 350 + a. \end{aligned}$$

**2. PÉLDA.** Határozd meg a 7 perc 44 mp + 5 perc 38 mp összeget!

*Megoldás.* Figyelembe vesszük azt, hogy 1 perc = 60 mp, és a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} 7 \text{ perc } 44 \text{ mp} + 5 \text{ perc } 38 \text{ mp} &= 7 \text{ perc} + 44 \text{ mp} + 5 \text{ perc} + 38 \text{ mp} = \\ &= (7 \text{ perc} + 5 \text{ perc}) + (44 \text{ mp} + 38 \text{ mp}) = 12 \text{ perc} + 82 \text{ mp} = \\ &= 12 \text{ perc} + 60 \text{ mp} + 22 \text{ mp} = 12 \text{ perc} + 1 \text{ perc} + 22 \text{ mp} = 13 \text{ perc } 22 \text{ mp}. \end{aligned}$$



1. Hogy nevezzük az  $a$  számot az  $a + b = c$  egyenlőségben? A  $b$  számot? A  $c$  számot? Az  $a + b$  kifejezést?
2. Fogalmazd meg az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát!
3. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát?
4. Fogalmazd meg az összeadás csoportosítási tulajdonságát!
5. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás csoportosítási tulajdonságát?
6. Milyen tulajdonsága van a 0-nak az összeadásnál?

## Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:

- |                 |                    |                     |
|-----------------|--------------------|---------------------|
| 1) $23 + 17$ ;  | 5) $300 - 130$ ;   | 9) $120 \cdot 40$ ; |
| 2) $230 + 17$ ; | 6) $300 - 13$ ;    | 10) $72 : 8$ ;      |
| 3) $23 + 170$ ; | 7) $12 \cdot 4$ ;  | 11) $720 : 8$ ;     |
| 4) $30 - 13$ ;  | 8) $12 \cdot 40$ ; | 12) $720 : 80$ !    |

2. Nevezd meg azt a két egymást követő természetes számot, melynek összege 91 lesz!

3. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege egyenlő a legnagyobb egyjegyű számmal! Melyik ez a kétjegyű szám? Hány ilyen szám létezik?

## Gyakorlatok

167.<sup>o</sup> Számítsd ki az összeget:

- |                          |                                             |
|--------------------------|---------------------------------------------|
| 1) $14\ 238 + 18\ 345$ ; | 5) $295\ 361 + 475\ 829$ ;                  |
| 2) $25\ 726 + 46\ 177$ ; | 6) $28\ 177\ 246 + 42\ 989\ 511$ ;          |
| 3) $32\ 662 + 4879$ ;    | 7) $2\ 713\ 486 + 733\ 982$ ;               |
| 4) $7892 + 34\ 608$ ;    | 8) $75\ 392\ 867\ 428 + 9\ 671\ 635\ 803$ ! |

168.<sup>o</sup> Végezd el az összeadást:

- |                            |                                             |
|----------------------------|---------------------------------------------|
| 1) $47\ 586 + 4705$ ;      | 4) $228\ 637 + 5\ 428\ 735$ ;               |
| 2) $68\ 638 + 54\ 382$ ;   | 5) $59\ 462\ 181\ 428 + 4\ 740\ 582\ 804$ ; |
| 3) $114\ 931 + 209\ 596$ ; | 6) $12\ 814 + 1\ 256\ 064 + 9787$ !         |

169.<sup>o</sup> Nati és Miki feladatokat oldottak meg. Miki 26 feladattal készült el, Nati pedig 16-tal többel. Hány feladatot oldott meg Miki és Nati összesen?

170.<sup>o</sup> Tibor 74 hrivnyáért vásárolt egy könyvet, Péter pedig egy másikért 24 hrivnyával kevesebbet fizetett. Hány hrivnyát fizetett összesen Tibor és Péter a könyvekért?

171.<sup>o</sup> Végezd el az összeadást a legcélszerűbb módon:

- |                          |                                            |
|--------------------------|--------------------------------------------|
| 1) $(42 + 37) + 58$ ;    | 5) $183 + 732 + 268 + 317$ ;               |
| 2) $29 + (98 + 71)$ ;    | 6) $339 + 584 + 416 + 661$ ;               |
| 3) $(215 + 818) + 785$ ; | 7) $(15\ 083 + 1458) + (4917 + 6542)$ ;    |
| 4) $634 + (458 + 166)$ ; | 8) $(1654 + 18\ 135) + (7346 + 11\ 865)$ ! |

172.<sup>o</sup> A számítás során alkalmazd az összeadás tulajdonságait:

- |                          |                             |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $(146 + 322) + 178$ ; | 3) $625 + 481 + 75 + 219$ ; |
| 2) $784 + (179 + 116)$ ; | 4) $427 + 88 + 203 + 102$ ! |

173.\* Három mokus, Vöröske, Sárgácska és Szürkéske mogyorót gyűjtöttek. Vöröske 38 mogyorót gyűjtött, ami 16-tal kevesebb, mint amennyit Sárgácska szedett, Szürkéske pedig 23-mal többet hordott össze, mint Vöröske. Hány mogyorót szedtek összesen?

174.\* A Kijevi megye  $28\ 131\ \text{km}^2$ , ami  $1701\ \text{km}^2$ -rel kisebb, mint a Zsitomiri megye. A Csernyihivi megye  $2033\ \text{km}^2$ -nel nagyobb a Zsitomirinál. Határozd meg a három megye összterületét!

175.\* Az egyik polcon 17 könyv volt, a másikon 18-cal több, mint az elsőn, a harmadikon pedig 6 könyvvel több, mint az elsőn és a másodikon összesen. Hány könyv volt a három polcon összesen?

176.\* A kerékpáros turistacsoport az első napon 42 km-t tett meg, ami 12 km-rel kevesebb a második napon megtett távnál, a harmadik napon pedig 4 km-rel többet tettek meg, mint az első és a második napon összesen. Hány kilométert tettek meg a turisták a három nap alatt?



177.\* Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

- |                        |                                          |
|------------------------|------------------------------------------|
| 1) $(74 + x) + 38$ ;   | 5) $(b + 457) + (143 + 872)$ ;           |
| 2) $238 + (a + 416)$ ; | 6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$ ;        |
| 3) $y + 324 + 546$ ;   | 7) $(1696 + 3593) + (p + 1304)$ ;        |
| 4) $2753 + m + 4199$ ; | 8) $(5432 + 8951) + (4568 + a + 1049)$ ! |

178.\* Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| 1) $(56 + a) + 14$ ;  | 3) $805 + x + 195$ ;   |
| 2) $342 + (b + 58)$ ; | 4) $m + 4563 + 1837$ ! |

179.\* Feri papája 15 óra 40 perckor indult el Munkácsról Rahóra, és 3 óra 50 percet volt úton. Hány órakor érkezett meg a kisfiú édesapja Rahóra?

180.\* A vonat A városból 9 óra 57 perckor indult el, és 2 óra 36 perc múlva megérkezett B városba. Hány órakor érkezett meg a vonat B városba?

181.\* Hogyan változik az összeg, ha az egyik összeadandót:

- 1) 12-vel növeljük;
- 2) 23-mal, a másikat pedig 17-tel növeljük;
- 3) 34-gyel csökkentjük;
- 4) 16-tal, és a másikat pedig 9-cel csökkentjük;
- 5) 28-cal növeljük, a másikat pedig 15-tel csökkentjük?

182.\* Az egyik összeadandót 3-mal növeltük. Mennyivel kell növelni a másikat, hogy az összeg 14-gyel növekedjen?

183.\* Az egyik összeadandót 8-cal növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg:

- 1) 3-mal növekedjen;
- 2) 5-tel csökkenjen?

184.\* Számítsd ki az összeget:

- |                               |                                   |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1) 76 m 39 cm + 41 m 58 cm;   | 5) 12 ó 24 perc + 9 ó 18 perc;    |
| 2) 4 km 238 m + 3 km 474 m;   | 6) 35 perc 17 mp + 16 perc 35 mp; |
| 3) 64 m 86 cm + 27 m 45 cm;   | 7) 18 ó 42 perc + 14 ó 29 perc;   |
| 4) 16 km 527 m + 37 km 783 m; | 8) 53 perc 32 mp + 44 perc 56 mp! |

185.\* Számítsd ki az összeget:

- |                             |                                   |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1) 4 dm 6 cm + 5 dm 8 cm;   | 4) 2 t 4 q 56 kg + 9 t 6 q 48 kg; |
| 2) 8 m 5 cm + 6 m 96 cm;    | 5) 3 ó 48 perc + 2 ó 26 perc;     |
| 3) 12 km 29 m + 24 km 92 m; | 6) 25 perc 17 mp + 7 perc 54 mp!  |

186.\*\* Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen!

|                                                                                  |                                                                                   |                                                                                                   |                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| 1) $\begin{array}{r} + 1\ 7\ *\ 6 \\ 4\ *\ 5\ * \\ \hline * 0\ 8\ 2 \end{array}$ | 2) $\begin{array}{r} + 2\ 5\ 3\ * \\ * 7\ 9\ * 8 \\ \hline 4\ * 9\ 7 \end{array}$ | 3) $\begin{array}{r} + 8\ * 5\ 6 \\ * 3\ 6\ * 7 \\ \hline 2\ 1\ 9\ * \\ 6\ * 0\ 9\ 3 \end{array}$ | 4) $\begin{array}{r} + * * \\ * * * \\ \hline 1\ 9\ 7 \end{array}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|

187.\*\* Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen!

|                                                                                  |                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) $\begin{array}{r} + * 6\ 2\ * \\ 8\ 4\ * 7 \\ \hline * 2\ * 6\ 2 \end{array}$ | 2) $\begin{array}{r} + 2\ 9\ 4\ * \\ * 7\ 6\ * 1 \\ \hline 6\ * * 2\ 4 \end{array}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|

**188.\*\*** Számítás nélkül rendezd az adott összegeket növekvő sorrendbe:

$782 + 659;$

$782 + 943;$

$288 + 659;$

$943 + 1105;$

$129 + 288;$

$1105 + 2563!$

**189.\*\*** Add meg az összeget a legcélszerűbb módon:

1)  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10;$

2)  $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100!$

**190.\*** 1) Mennyivel kevesebb az  $1 + 3 + 5 + \dots + 99$  összeg, mint a  $2 + 4 + 6 + \dots + 100?$

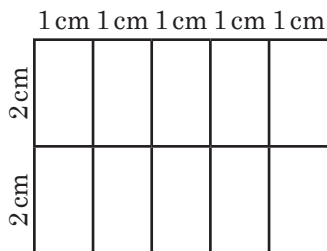
2) Az  $1 + 3 + 5 + \dots + 2001$  és a  $2 + 4 + 6 + \dots + 2000$  összegek közül melyik a nagyobb, és mennyivel?

**191.\*** A 44444444 felírásban egyes számjegyek közé tegyél „+” jelet úgy, hogy olyan kifejezést kapj, melynek értéke 500!

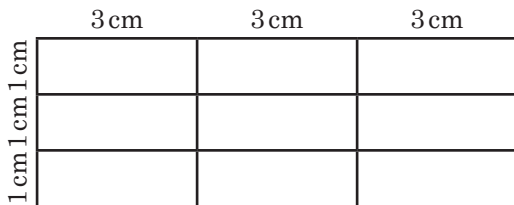
**192.\*** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy bármelyik három egymás melletti szám összege 20 legyen:

$$7, *, *, *, *, *, *, *, 9!$$

**193.\*** Péter feldarabolt egy drótot és abból a 68. ábrán látható alakzatot rakta ki. Ki tudta volna-e rakni a 69. ábrán látható alakzatot ugyanebből a drótból?



**68. ábra**



**69. ábra**

## Ismétlő gyakorlatok

**194.** Jelöld azokat a természetes számokat a számegyenesen, melyek nagyobbak, mint 6, de kisebbek, mint 12!

**195.** Írj fel minden olyan hatjegyű számot, amelyik nagyobb a 999 888-nál és 5-re végződik!

**196.** A kerékpáros 4 óra alatt 36 km-t tett meg. Visszafelé a sebességét 3 km/ó-val növelte. Hány óra alatt tette meg visszafelé az utat?

**197.** Laci 5 évvel idősebb húgánál. Hány évvel lesz idősebb a húgánál 7 év múlva?



## Bölcs Bagoly feladványa

198. Van egy 5 sorból és 6 oszlopból álló táblázatod. Kitölthető-e ez természetes számokkal úgy, hogy minden sorban 30, és minden oszlopban 20 legyen a számok összege?

## 8. A természetes számok kivonása

A kivonás eredményét az összeadás segítségével határozzuk meg. Például 17-ből kivonni 5-öt annyit jelent, mint meghatározni azt a számot, amelyiket 5-höz hozzáadva 17-et kapunk. Mivel  $5 + 12 = 17$ , ezért  $17 - 5 = 12$ .

Általánosan: az  $a - b = c$  egyenlőség akkor teljesül, ha igaz a  $b + c = a$  egyenlőség.

Megvizsgálunk még néhány példát:

$$173 - 89 = 84, \text{ mivel } 89 + 84 = 173;$$

$$2368 - 572 = 1796, \text{ mivel } 572 + 1796 = 2368.$$

Emlékeztetőül, az  $a - b = c$  egyenlőségben az  $a$  számot **kisebbitendőnek**, a  $b$ -t **kivonandónak**, a  $c$ -t, illetve az  $a - b$  kifejezést pedig **különbségnek** nevezzük.

Az  $a - b$  különbség azt mutatja, hogy mennyivel nagyobb az  $a$  szám a  $b$ -nél, illetve mennyivel kisebb a  $b$  az  $a$  számnál.

Kivonáskor a 0 érdekes tulajdonsággal bír. *Ha a kivonandó nullaival egyenlő, akkor a különbség a kisebbítendővel egyenlő:*

$$a - 0 = a$$

A következő tulajdonság is igaz. *Ha a kisebbítendő és a kivonandó egymással egyenlő, akkor a különbség nulla:*

$$a - a = 0$$

A fenti egyenlőségeket az összeadás segítségével lehet leellenőrizni. Erről önállóan győződj meg.

**1. PÉLDA.** A Dnyeper ukrainai szakaszának hossza 981 km. A Déli-Bug 175 km-rel rövidebb nála, de 89 km-rel hosszabb a Pszel folyó hosszánál. Határozd meg a Déli-Bug és a Pszel folyók hosszát!

*Megoldás.* 1)  $981 - 175 = 806$  (km) – a Déli-Bug hossza.

2)  $806 - 89 = 717$  (km) – a Pszel hossza.

*Felelet:* 806 km, 717 km. ◀



**2. PÉLDA.** Számítsd ki:  $428 - (128 + 126)$ !

*Megoldás.*  $428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174$ . ◀

A számítást másképp is el lehetett volna végezni a következő szabály alkalmazásával:

**Ahhoz, hogy egy számból kivonjuk két szám összegét, előbb kivonjuk az egyik összeadandót, majd a különbségből a másik összeadandót.**

$$428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174.$$

**3. PÉLDA.** Számítsd ki:  $(619 + 282) - 319$ !

*Megoldás.*  $(619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582$ . ◀

Másképp is kiszámíthatjuk a következő szabály alapján:

**Amikor összegből vonunk ki számot, akkor úgy is eljárhatunk, hogy az egyik összeadandóból (ha ez az összeadandó nagyobb vagy egyenlő a kivonandóval) kivonjuk a számot, majd a különbséghez hozzáadjuk a másik összeadandót.**

A következőt kapjuk:  $(619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582$ .

Megjegyezzük, hogy például a  $(17 + 19) - 25$  kifejezés esetében a fenti szabályt nem alkalmazhatjuk, mivel  $17 + 19$  összegben mindkét összeadandó kisebb, mint 25.

**4. PÉLDA.** Számítsd ki a különbséget: 9 ó 8 perc – 2 ó 26 perc!

*Megoldás.* 9 ó 8 perc – 2 ó 26 perc =

$$= 8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - 2 \text{ ó } 26 \text{ perc} = 6 \text{ ó } 42 \text{ perc.} \quad \blacktriangleleft$$

A számítás során alkalmaztuk mindkét fenti szabályt.

Így: 8 ó 68 perc – 2 ó 26 perc =

$$= 8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - (2 \text{ ó } + 26 \text{ perc}) =$$

$$= (8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - 2 \text{ ó}) - 26 \text{ perc} =$$

$$= ((8 \text{ ó } + 68 \text{ perc}) - 2 \text{ ó}) - 26 \text{ perc} =$$

$$= ((8 \text{ ó } - 2 \text{ ó}) + 68 \text{ perc}) - 26 \text{ perc} =$$

$$= (6 \text{ ó } + 68 \text{ perc}) - 26 \text{ perc} =$$

$$= 6 \text{ ó } + (68 \text{ perc} - 26 \text{ perc}) = 6 \text{ ó } + 42 \text{ perc} =$$

$$= 6 \text{ ó } 42 \text{ perc.}$$



1. Mit értünk azon, hogy az  $a$  számból kivonjuk a  $b$ -t?
2. Hogy nevezzük az  $a - b = c$  egyenlőségben az  $a$  számot? A  $b$  számot? A  $c$  számot? Az  $a - b$  kifejezést?
3. Mit mutat az  $a - b$  különbség?
4. Mivel egyenlő két szám különbsége, ha a kivonandó nullával egyenlő?
5. Mivel egyenlő két azonos szám különbsége?
6. Hogyan lehet egy számból kivonni két szám összegét?
7. Hogyan kell két összeadandó összegéből kivonni egy számot?

### Szóban oldd meg!

1. Növeld a 24 és 18 összegét 36-tal!
2. Duplázd a 418 és a 232 számok összegét!
3. Határozd meg a 103 és a 47 összegének harmadát!
4. A megállón az autóbusról 15 utas szállt le. Kilencen közülük a zebrahoz mentek, a többiek pedig előlről megkerülték az autóbust. Hányan cselekedtek helytelenül?
5. A dobozban kék és zöld ceruzák voltak. Zöld ceruzából 19 volt, ami 17-tel kevesebb a kékek számánál. Hány ceruza volt a dobozban?
6. Van egy 9 l-es és egy 4 l-es vödör. Hogyan lehet ezek segítségével kimérni 6 l vizet?

### Gyakorlatok

- 199.° Határozd meg a különbséget:

- |                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| 1) 27 146 – 24 317;   | 4) 46 000 185 – 8 123 456;      |
| 2) 56 789 – 9876;     | 5) 72 430 034 – 23 082 408;     |
| 3) 524 278 – 344 929; | 6) 1 000 000 000 – 637 891 452! |

- 200.° Határozd meg a különbséget:

- |                     |                               |
|---------------------|-------------------------------|
| 1) 35 476 – 24 839; | 4) 372 894 – 216 156;         |
| 2) 46 002 – 28 396; | 5) 38 020 301 – 18 479 563;   |
| 3) 60 015 – 7428;   | 6) 537 866 285 – 496 707 539! |

- 201.° Mennyivel:

- 1) kisebb 4328 a 21 514-nél;
- 2) nagyobb 258 143 a 164 275-nél?

- 202.° Mennyivel:

- 1) nagyobb a 34 725, mint a 28 816;
- 2) kisebb a 16 546, mint az 56 289?

- 203.° A táblázat a Nap és a Naprendszer néhány bolygója közötti legnagyobb távolságot tartalmazza:

|        |                |            |                  |
|--------|----------------|------------|------------------|
| Merkúr | 57 910 000 km  | Jupiter    | 816 355 600 km   |
| Vénusz | 108 210 000 km | Szaturnusz | 1 506 750 000 km |
| Föld   | 149 600 000 km | Uránusz    | 3 007 665 000 km |

Olvasd el ezeket az adatokat! Mennyivel:

- 1) van közelebb a Föld a Naphoz, mint a Szaturnusz;
- 2) van távolabb az Uránusz a Naptól, mint a Merkúr?

- 204.° A táblázat a Harmincadik Királyság gépkocsivezetőire sebesség-túllépésért kiszabható büntetések összegét tartalmazza:

|                           |       |       |       |              |
|---------------------------|-------|-------|-------|--------------|
| Sebességtúllépés,<br>km/ó | 10–20 | 21–30 | 31–40 | Több mint 40 |
| Büntetés összege, hrn.    | 400   | 600   | 800   | 2000         |

Mekkora összegre büntetik azt a gépkocsivezetőt, aki:

- 1) 74 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 60 km/ó;
- 2) 128 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 80 km/ó?



- 205.°** Ukrajna szárazföldi határa 5624 km, a tengeri határszakasz pedig (a Szivas-öböl nélkül) 2931 km-rel rövidebb. Összesen hány kilométer Ukrajna szárazföldi és tengeri határa?
- 206.°** Gombavadászaton Frakk 73 gombát szedett az egyik napon, majd a második napon 16-tal kevesebbet. Hány gombát gyűjtött Frakk a két nap folyamán?
- 207.°** Riska augusztusban 278 l tejet adott, szeptemberben pedig 26 l-rel kevesebbet. Hány liter tejet adott Riska a két hónap folyamán?
- 208.°** Franciaország területe 544 000 km<sup>2</sup>, ez 94 000 km<sup>2</sup>-rel több, mint Svédorszáé, ami 154 000 km<sup>2</sup>-rel kevesebb Ukrajna területénél. Hány négyzetkilométer Ukrajna területe?
- 209.\*** Számítsd ki:
- 1)  $25\,375 + 16\,686 - 21\,239$ ;
  - 2)  $(7829 - 5878) - (20\,000 - 18\,453)$ ;
  - 3)  $(5689 - 3458 + 1723) - (25\,002 - 24\,848) + 2967$ !
- 210.\*** Számítsd ki:
- 1)  $84\,218 - 57\,134 + 34\,615$ ;
  - 2)  $(44\,516 - 17\,398) - (14\,259 + 12\,262)$ ;
  - 3)  $(6754 + 2853 - 1508) - (29\,006 - 27\,999) + 5818$ !
- 211.\*** Huszt és Beregszász között három hónap alatt javították meg az utat. Az első hónapban egy 21 km-es szakaszt újítottak fel, a másodikban 8 km-rel kevesebbet. A két hónap alatt összesen 13 km-rel hosszabb szakaszt javítottak meg, mint a harmadik hónap folyamán. Mekkora a távolság Huszt és Beregszász között?
- 212.\*** Péter, Laci és Miklós cukorrépát szállítottak a cukorgyárba. Péter 56 q répát adott le, ami 18 q-val több, mint amennyit Laci adott le. Ők ketten 28 q-val többet adtak le, mint Miklós. Hány mázsa cukorrépát adtak le összesen?
- 213.\*** Három nap alatt Rokfort 230 db sajtot evett meg. Az első napon 74 darabot fogyasztott el, ami 16-tal több, mint a második napon. Hány sajtot evett meg Rokfort a harmadik napon?
- 214.\*** Peti, Laci és Miki összesen 192 halat fogtak. Ebből Peti 53 darabot, ami 15-tel több, mint ahányat Laci emelt ki a vízből. Hány halat fogott Miki?

**215.\*** Aladin, Jázmin és Dzsinn a gyümölcsösben barackot szüreteltek. Aladin és Dzsinn együtt 112 kg barackot szedett, Jázmin és Dzsinn összesen 193 kg-ot. Hány kilogrammot szedett mindegyikük, ha összesen 240 kg-ot takarítottak be?

**216.\*** Marika virágokat nevelt a kiskertjében. Összesen 78 tő dália-ja és rózsája volt, a többi pedig gladiólusz. A gladiólusok száma 8-cal kevesebb, mint a rózsáké. Hány szál virágja volt Marikának mindegyik fajtából, ha összesen 124 tőt gondozott?

**217.\*** Ternopil megyében számos barlang van. Az Optimista-barlang a világ leghosszabb gipszbarlangja. A Tavas-barlang (másképp a Kék Tavak-barlang) hossza 128 km, ami 105 km-rel hosszabb, mint a Kristály-barlang. A Ver-teba-barlang 14 km-rel rövidebb, mint a Kristály barlang. Az Optimista-barlang 222 km-rel hosszabb a Ver-teba-barlang-nál. Számítsd ki az Optimista-barlang hosszát!



**Ver-teba-barlang**

**218.\*** Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:

1)  $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2987$ ;

2)  $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$ !

**219.\*** Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:

$$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336)$$
!

**220.\*** A vonat az *A* pontból 7 óra 37 perckor indult, és még aznap a *B* pontba 9 óra 12 perckor érkezett meg. Mennyi idő alatt tette meg a vonat az *A* és *B* pontok közötti távolságot?

**221.\*** A vonat elindult *A* állomásról, s még aznap 15 ó 20 perckor befutott *B* állomásra. Hány órakor indult el a vonat *A* állomásról, ha *A* és *B* között 6 ó 48 percig tart az út?

**222.\*** Számítsd ki a különbséget:

1)  $76\text{ m } 39\text{ cm} - 41\text{ m } 24\text{ cm}$ ;

5)  $12\text{ ó } 24\text{ perc} - 9\text{ ó } 18\text{ perc}$ ;

2)  $64\text{ m } 45\text{ cm} - 27\text{ m } 86\text{ cm}$ ;

6)  $18\text{ perc } 42\text{ mp} - 14\text{ perc } 29\text{ mp}$ ;

3)  $22\text{ km } 527\text{ m} - 17\text{ km } 783\text{ m}$ ;

7)  $35\text{ perc } 17\text{ mp} - 15\text{ perc } 35\text{ mp}$ ;

4)  $4\text{ km } 238\text{ m} - 3\text{ km } 474\text{ m}$ ;

8)  $53\text{ ó } 32\text{ perc} - 44\text{ ó } 56\text{ perc}$ !

**223.\*** Számítsd ki a különbséget:

1)  $3\text{ dm } 2\text{ cm} - 2\text{ dm } 6\text{ cm}$ ;

4)  $8\text{ t } 6\text{ q } 25\text{ kg} - 4\text{ t } 8\text{ q } 74\text{ kg}$ ;

2)  $54\text{ m } 18\text{ cm} - 27\text{ m } 35\text{ cm}$ ;

5)  $16\text{ ó } 26\text{ perc} - 9\text{ ó } 52\text{ perc}$ ;

3)  $4\text{ km } 8\text{ m} - 1\text{ km } 19\text{ m}$ ;

6)  $10\text{ perc } 4\text{ mp} - 5\text{ perc } 40\text{ mp}$ !

**224.\*** Hogyan változik a különbség, ha:

1) a kisebbítendőt 8-cal növeljük;

2) a kisebbítendőt 4-gyel csökkentjük;

3) a kivonandót 7-tel növeljük;

4) a kivonandót 5-tel csökkentjük;

- 5) a kisebbítendőt 10-zel, a kivonandót pedig 6-tal növeljük;  
 6) a kisebbítendőt 9-cel, a kivonandót pedig 12-vel növeljük;  
 7) a kisebbítendőt 14-gyel, a kivonandót pedig 9-cel csökkentjük;  
 8) a kisebbítendőt 3-mal növeljük, a kivonandót pedig 6-tal csökkentjük;  
 9) a kisebbítendőt 20-szal csökkentjük, a kivonandót pedig 15-tel növeljük?

**225.\*** A kisebbítendőt 2-vel növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség:

- 1) 12-vel csökkenjen;                      3) 2-vel növekedjen;  
 2) 6-tal növekedjen;                      4) ne változzon?

**226.\*** A kivonandót 8-cal csökkentették. Hogyan kell megváltoztatni a kisebbítendőt, hogy a különbség:

- 1) 3-mal növekedjen;                      3) 10-zel csökkenjen;  
 2) 5-tel csökkenjen;                      4) 8-cal növekedjen?

**227.\*\*** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy a kivonás igaz legyen!

$$\begin{array}{r} 1) \_ * * * * \\ \quad * * * * \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \_ * 6 5 * * \\ \quad * 1 7 2 \\ \hline 7 7 * 6 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \_ 7 2 * * \\ \quad * 3 5 9 \\ \hline 2 * 1 9 \end{array}$$

**228.\*\*** A csillagok helyére olyan számjegyeket kell tenni, hogy a kivonás helyesen legyen elvégezve!

$$\begin{array}{r} 1) \_ * 5 6 7 * \\ \quad * 9 * 7 \\ \hline 8 6 * 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \_ * * 5 * 2 \\ \quad 7 * 1 * \\ \hline 7 6 7 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \_ * 9 4 * 7 6 \\ \quad 1 * 7 8 * 9 \\ \hline 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

**229.\*\*** A megállóban 15 utas szállt le, 8 pedig felszállt a trolibuszra. A másik megállóban 6-an szálltak le, 12-en pedig fel. Hány utas volt a trolibuszon az első megállóig, ha a második megálló után 31-en lettek?

**230.\*\*** Délelőtt Pali 7-et evett meg a tányéron lévő szilvákból, édesanya pedig 14-gyel pótolta. Pali délután 9 szilvát fogyasztott el, édesanya pedig 5-öt tett a tányérra. Ezek után a tányéron 20 szem szilva lett. Hány szilva volt a tányéron eredetileg?



- 

| Helyszín       | Év   | Az érmeek száma |       |       |          |
|----------------|------|-----------------|-------|-------|----------|
|                |      | Arany           | Ezüst | Bronz | Összesen |
| Spanyolország  | 2008 | 2               | 2     | 2     |          |
| Németország    | 2009 | 3               | 1     |       | 6        |
| Kazahsztán     | 2010 | 1               | 2     |       | 6        |
| Hollandia      | 2011 | 1               |       | 3     | 6        |
| Argentína      | 2012 |                 | 3     |       | 5        |
| Kolumbia       | 2013 | 1               | 3     | 1     |          |
| DAK            | 2014 | 2               |       | 1     | 6        |
| Tájföld        | 2015 | 2               | 3     |       | 6        |
| Hongkong       | 2016 |                 |       | 4     | 6        |
| Brazília       | 2017 | 1               |       | 2     | 5        |
| Az összes érme |      | 13              | 23    |       |          |

- 238.\* A kétjegyű számban a tízes helyi értéken a 6-os számjegy áll. A két számjegy közé egy 0 számjegyet írtak. Mennyivel nagyobb a kapott háromjegyű szám az adott kétjegyű számnál?
- 239.\* Az 1-től 9-ig növekvő sorrendben leírt számjegyek közé tegyél „+” és „-” jeleket úgy, hogy az eredmény 100 legyen! Zárójeleket nem használhatsz. Nem muszáj minden szám közé jelet tenni.

### Ismétlő gyakorlatok

240. Számítsd ki:

- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 1) $25 \cdot (63 - 741 : 19);$  | 3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584;$ |
| 2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12;$ | 4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15!$ |

241. Az  $AB$  szakaszon jelölj egy  $C$  pontot. Az  $AC$  és a  $BC$  szakaszok felezőpontjai közötti távolság 12 cm. Milyen lesz az  $AB$  szakasz hossza?

242. Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta az  $A$  (1),  $B$  (7),  $C$  (3),  $D$  (9) pontokat. Ezen a félegyenesen jelöld azokat a pontokat, melyek a  $B$  ponttól: 1) 3 egységnyi szakaszra; 2) 8 egységnyi szakaszra lesznek! Határozd meg ezeknek a pontoknak a koordinátáit!

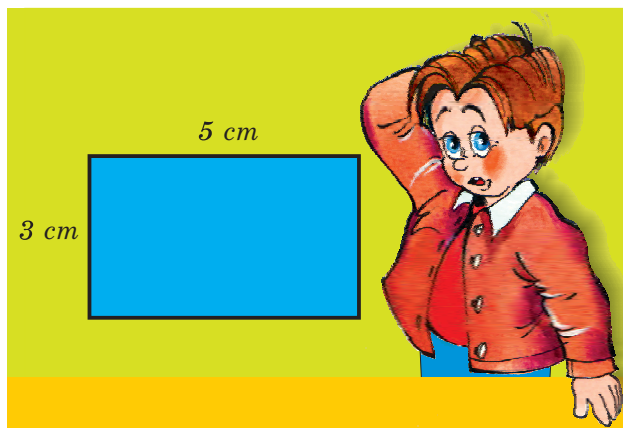


### Bölcs Bagoly feladványa

243. Hányszor nagyobb az út az első emelettől a tizedikig, mint az elsőről a másodikra?

### 9. Szám- és betűkifejezések. Képletek

Hogyan kell meghatározni annak a téglalapnak a területét, melynek oldalai 3 cm és 5 cm (70. ábra)?



70. ábra

Mielőtt válaszolnál a kérdésre, valószínűleg a következőket írod fel:  $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ .

Ez egy **számkifejezés** lesz.

Nézzünk még néhány példát számkifejezésre:  $12 : 4 - 1$ ;  $(5 + 17) + 11$ ,  $(19 - 7) \cdot 3$ . Ezek a kifejezések számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaznak. Megjegyezzük, hogy nem minden olyan kifejezés, amely számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaz, lesz számtani kifejezés. Például a  $+) + 3 - (2$  olyan szimbólumok sokasága, amelynek nincs értelme.

Ha megoldjuk a téglalap kerületéről szóló feladatot, akkor eredményül  $16 \text{ cm}$ -t kapunk. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a  $16$ -os szám lesz a  $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$  **kifejezés értéke**.

Mivel egyenlő annak a téglalapnak a kerülete, melynek oldalai  $3 \text{ cm}$  és  $a \text{ cm}$ ? A választ a következőképpen lehet felírni:  $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ .

A  $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$  kifejezés **változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés** lesz.

Bemutatunk még néhány változót tartalmazó kifejezést:  $(a + b) + 11$ ,  $5 + 3 \cdot x$ ,  $n : 2 + k \cdot 5$ . Ezek a kifejezések számokat, betűket, számtani műveleti jeleket és zárójeleket tartalmaznak.

Szabály szerint a változókat tartalmazó kifejezésekben a szorzás jelét csak a számok közé tesszük ki, más esetben elhagyjuk. Például az  $5 \cdot y$ ,  $m \cdot n$ ,  $2 \cdot (a + b)$  kifejezéseket így írjuk le:  $5y$ ,  $mn$ ,  $2(a + b)$ .

Legyen most a téglalapunk oldalainak hossza  $a \text{ cm}$  és  $b \text{ cm}$ . Ebben az esetben a téglalap kerületét meghatározó kifejezést a következőképpen írhatjuk fel:  $2a + 2b$ .

Behelyettesítjük ebbe a kifejezésbe az  $a$  és  $b$  helyére a  $3$  és  $5$  számokat. Ekkor a  $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$  számkifejezést kapjuk, amelyet már ennek a pontnak az elején alkalmaztunk a téglalap kerületének meghatározására.

Ha az  $a$  és  $b$  helyett például a  $4$  és  $9$  számot helyettesítjük be, akkor a  $4 \text{ cm}$  és  $9 \text{ cm}$  oldalhosszúságú téglalap kerületének meghatározására szolgáló számkifejezést kapjuk meg. Általánosságban, egy változót tartalmazó kifejezésből számtalan számkifejezést kaphatunk.

Jelöljük a téglalap kerületét  $P$  betűvel. Ekkor a

$$P = 2a + 2b$$

képletet alkalmazhatjuk *tetszőleges* téglalap kerületének a meghatározására. Az ilyen egyenlőséget **képletnek** nevezzük.

Például az  $a$  oldalú négyzet kerülete a következő képlettel határozható meg:

$$P = 4a$$



A következő egyenlőséget

$$s = vt,$$

ahol  $s$  a megtett út,  $v$  a mozgás sebessége, és  $t$  az az idő, amely szükséges az  $s$  út megtételéhez, **az út képletének** nevezzük.

**1. PÉLDA.** Peti almát szedett a gyümölcsösben, s azt 5 ládába rakta  $a$  kilogrammjával, illetve  $b$  ládába 20 kilogrammjával. Hány kilogramm almát szedett Peti? Számítsd ki a kapott kifejezést, ha  $a = 18$ ,  $b = 9$ !

*Megoldás.* Öt ládába  $5a$  kg alma fér,  $b$  ládába pedig  $20b$  kg. Összesen Peti  $(5a + 20b)$  kg almát szedett.

Ha  $a = 18$ ,  $b = 9$ , akkor a következőt kapjuk:  $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$  (kg).

*Felelet:*  $(5a + 20b)$  kg, 270 kg. ◀

**2. PÉLDA.** Az út képletét alkalmazva határozd meg a vonat sebességét, ha 324 km-t 6 ó alatt tett meg!

*Megoldás.* Mivel  $s = vt$ , ezért  $v = s : t$ . Ekkor fel lehet írni:  $v = 324 : 6 = 54$  (km/ó).

*Felelet:* 54 km/ó. ◀

**3. PÉLDA.** Tamás  $m$  zsömlét vásárolt 4 hrivnyájával, és egy tortát 30 hrivnyáért. Állítsd fel a képletet, mellyel kiszámíthatod a vásárolt termékek árát, majd számítsd is ki, ha 1)  $m = 4$ ;  $m = 12$ !

*Megoldás.* Az  $m$  db zsemléért Tamás  $4m$  hrivnyát fizetett. Ha a vásárolt termékek árát  $k$ -val jelöljük, akkor a következő képletet kapjuk:  $k = 4m + 30$ .

1) Ha  $m = 4$ , akkor  $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$ ;

2) Ha  $m = 12$ , akkor  $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$ .

*Felelet:*  $k = 4m + 30$ , 46 hrn., 78 hrn. ◀



1. Mi a számkifejezés?
2. Mi a változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés?
3. Írd le az út képletét!

## Szóban oldd meg!

1. Milyen számot kell a műveletlanc utolsó négyzetébe írni?



2. Milyen számot kell hozzáadni a 18-hoz, hogy 64-et kapjunk?

3. Melyik számból kell kivonni a 36-ot, hogy 16-ot kapjunk?

4. Melyik számot kell kivonni a 82-ből, hogy 24-et kapjunk?

- ## Gyakorlatok

- 244.° Olvasd el az adott számkifejezéseket az összege, különbsége, szorzata, hányadosa kifejezések alkalmazásával:
- 1)  $12 + 16$ ; 4)  $98 : 14$ ; 7)  $204 : 6 - 102 : 3$ ;  
2)  $39 - 24$ ; 5)  $(238 + 124) - 95$ ; 8)  $(53 + 8) \cdot (53 - 8)!$   
3)  $18 \cdot 19$ ; 6)  $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$ ;
- 245.° Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $56 + 42 : 14 - 7$ ; 3)  $(56 + 42) : 14 - 7$ ;  
2)  $(56 + 42) : (14 - 7)$ ; 4)  $56 + 42 : (14 - 7)!$
- 246.° Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $374 + x$ , ha  $x = 268$ ;  
2)  $374 - x$ , ha  $x = 268$ ;  
3)  $a + b + 988$ , ha  $a = 714$ ,  $b = 569$ ;  
4)  $a - 314 + 625 - c$ , ha  $a = 836$ ,  $c = 442$ !
- 247.° Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $y + 653$ , ha  $y = 894$ ;  
2)  $y - 653$ , ha  $y = 894$ ;  
3)  $a - b - 569$ , ha  $a = 2316$ ,  $b = 1495$ !
- 248.° Az osztályban  $a$  fiú és 14 lány tanul. Hány tanuló van ebben az osztályban?
- 249.° A gyümölcsösben 158 fa nő, melyből  $a$  db almafa, a többi pedig meggyfa. Hány meggyfa van ebben a kertben?
- 250.° 8 óra alatt a repülő  $s$  kilométert tett meg. Milyen volt a sebessége?
- 251.° A gépkocsi  $s$  km-t tett meg 65 km/ó sebességgel. Hány óráig volt úton eközben?
- 252.° Határozd meg az út képletével azt a távolságot, amelyet a vonat 6 óra alatt tesz meg, ha a sebessége 67 km/ó!
- 253.° Határozd meg az út képletével azt a távolságot, amelyet a motorkerékpáros 7 óra alatt tesz meg, ha a sebessége 32 km/ó!
- 254.° Számítsd ki az  $y$  értékét az  $y = 4x - 7$  képlet alkalmazásával, ha 1)  $x = 26$ ; 2)  $x = 15$ !
- 255.° Számítsd ki az  $a$  értékét az  $a = 86 - 5b$  képlet alkalmazásával, ha 1)  $b = 17$ ; 2)  $b = 9$ !
- 256.° Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:
- 1) a 238 és a 416 összegének és 519-nek a különbsége;  
2) a 823 és a 374 különbségének, valamint a 3477 és a 3086 különbségének az összege;

- 3) a 15 és a 12 számok összegének és különbségének a szorzata;  
4) a 209 és a 193 összegének, valamint a 42 930 és a 42 924 számok különbségének a hányadosa!
- 257.\*** Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:  
1) a 238 és a 149 különbségének és 506-nak az összege;  
2) a 48 és a 16 számok összegének és különbségének a hányadosa;  
3) a 124 és a 126 összegének, valamint a 313 és a 307 különbségének a szorzata;  
4) a 32 és a 15 számok szorzatának, valamint a 896 és 28 számok hányadosának a különbsége!
- 258.\*** Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:  
1)  $476 + a + 224$ , ha  $a = 221$ ;  
2)  $x + 246 - 46$ , ha  $x = 137$ ;  
3)  $973 - 243 - y$ , ha  $y = 258$ !
- 259.\*** Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:  
1)  $2318 + b + 6682$ , ha  $b = 5195$ ;  
2)  $829 - 329 + m$ , ha  $m = 700$ !
- 260.\*** Az első részlegen 67 bokor szeder nőtt. Később innen  $x$  bokrot átültettek egy másik részlegre, az elsőre pedig  $y$  új bokor került. Hány bokor lett így az első részlegen? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha  $x = 18$ ,  $y = 25$ !
- 261.\*** Micimackónak  $m$  csupor méze volt. Malacka 24 csupor mézet ajándékozott még neki. Ebből közösen elfogyasztottak  $n$  csuporral. Hány csupor méze maradt ezek után Micimackónak, ha  $m = 56$ ,  $n = 12$ ?
- 262.\*** Mátyás  $m$  ceruzát vásárolt 24 krajcárért, és 5 füzetet darabonként  $n$  krajcárért. A füzetekért többet fizetett, mint a ceruzákért. Mennyivel fizetett többet a füzetekért, mint a ceruzákért? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha  $m = 6$ ,  $n = 32$ !
- 263.\*** Malvinka 8 cukorkát vásárolt darabonként  $a$  krajcárért, és  $b$  süteményt, darabját 65 krajcárért. A cukorkákért kevesebbet fizetett, mint a süteményekért. Hány krajcárral fizetett kevesebbet Malvinka a cukorkákért, mint a süteményekért? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha  $a = 14$ ,  $b = 4$ !
- 264.\*\*** Gombóc Artúrnak 712 süteménye volt. Óránként 18-at meg-evett. Állítsd fel azt a képletet, melynek segítségével kiszámíthatod, hány süteménye maradt  $t$  óra múlva, és számítsd is ki, ha 1)  $t = 4$ ; 2)  $t = 12$ !
- 265.\*\*** A *Forrás* cég, amely vasbeton gyűrűket készít, a költségeit a következő szabály szerint számítja fel: a megrendelőnek a gyűrűk számától függetlenül 750 hrvnyát kell fizetnie, és még gyűrűnként 320 hrvnyát. Állíts össze képletet a megrendelés összegének meghatározására! A megrendelés összegét jelöld  $P$ -vel, a vasbeton gyűrűk számát pedig  $n$ -nel! A képlet alkalmazásával számítsd ki a fizetendő összeget, ha: 1)  $n = 6$ ; 2)  $n = 14$ !

### Ismétlő gyakorlatok

266. Az  $A$ ,  $B$  és  $C$  pontok egy egyeneshez illeszkednek. Az  $A$  és  $B$  pontok közötti távolság 30 cm, a  $B$  és  $C$  pontok között pedig 10 cm. Határozd meg az  $A$  és  $C$  pontok közötti távolságot!
267. Nati vásárolt egy albumot 126 hrvnyáért, és néhány verseskötetet, darabját 18 hrvnyáért. Hány verseskötetet vásárolt Nati, ha a vásárlásért 198 hrvnyát fizetett?
268. Egy almával teli láda tömege 25 kg. Miután eladták a benne lévő almák felét, a láda tömege 15 kg lett. Mennyi az üres láda tömege?



### Bölcs Bagoly feladványa

269. A *Szerencsekerék* szórakoztató játék kabinjainak sorszámai 1, 2, 3, ... . Hány kabin van összesen, ha tudjuk, hogy a 24-es számú kabin a legfelső, és a 10-es lesz a legalsó?

### Miután felkészültél az órára

#### A mindenki számára érthető nyelv

A következő mondat: *A kettő és a három szám összege öt* ukránul így lesz: *Сума чисел два і три дорівнює п'яти*; orosz nyelvre így fordítható le: *Сумма чисел два и три равна пяти*; franciául így hangzik: *La somme des nombres deux et trois est égale cinq*; angolul így: *The sum of the numbers two and three is equal to five*; németül pedig így: *Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf*.

Ám ezt a mondatot úgy is felírhatjuk, hogy minden kortársad megértse, éljen bárhol a világban. Ez a felírás pedig:  $2 + 3 = 5$ . Ezt mindenki megérti, mert a **matematika nyelvére** van lefordítva, ez a nyelv pedig nemzetközi.

Mint bármelyik más nyelvnek, ennek is saját ábécéje van. A betűit *matematikai szimbólumoknak* (jeleknek) nevezzük. Például itt a tíz számjegy azok a betűk, melyek segítségével szavakat, mondatokat képezünk, vagyis számokat és számkifejezéseket alkotunk.

Érdekes, hogy a matematikai ábécé magába foglalja a latin és a görög ábécé betűit is. Hérón alexandriai matematikus már az I. században betűvel jelölte az ismeretlen mennyiséget.

Minden nyelv fejlődik. Így a *Halotti beszéd*, az *Ómagyar Mária-siralom*, de még Balassi Bálint nyelve is igencsak eltér a mai magyar nyelvtől. Ugyanígy az általad ismert matematikai jelek



a középkorban egészen másak voltak.

A XIV. században például az összeadás műveletét a *p* betűvel – a latin *plus* szó első betűjével – jelölték.

Ismerünk néhány feltételezést a + jel kialakulásáról. Hihetőnek tűnik például az a magyarázat, miszerint ez a latin *et* szó rövidített változata, ami azt jelenti: *és* vagy *meg*. Eleinte úgy is írták: *et*, majd *t* lett, végül „+”.

Érdekes, hogy az „=” már a XVI. században megjelent, mégis csupán a XVIII. században gyökeresedett meg. Ez azzal magyarázható, hogy néhány matematikus az egyenlőség jelet a különbség jelölésére használta. René Descartes francia tudós nyomán a XVII. században az egyenlőség jelet így írták: .

Az ukrán ábécében 33, a magyarban 40, a görögben 24, az angolban 26 betű van. Amikor elkezdesz tanulni egy idegen nyelvet, már az elején megismerkedsz minden betűjével. A matematikai ábécének még csupán egy részét ismered, de a későbbiek folyamán mind több jellel ismerkedsz majd meg. Ha pedig netán matematikus válik belőled, lehet, hogy te magad is új „matematikai betű” feltalálója leszel.

## 10. Egyenletek

Vizsgáljuk meg a következő feladatot. A megállón az autóbuszról leszállt 6 utas, és felszállt 10. Ezek után az autóbuszon 40 utas lett. Hány személy volt az autóbuszon a megálló előtt?

Ha a keresett számot *x*-szel jelöljük, akkor a feladatunk a következő kérdésre redukálódik: milyen számmal kell helyettesíteni az *x*-et, hogy az  $(x - 6) + 10$  változót tartalmazó kifejezés értéke 40 legyen?

Ilyen esetben azt mondjuk, hogy **meg kell oldani az**  $(x - 6) + 10 = 40$  **egyenletet**.

Ha ebben az egyenletben az *x*-et 36-tal helyettesítjük, akkor *igaz* egyenlőséget kapunk:  $(36 - 6) + 10 = 40$ . Ekkor azt mondjuk, hogy a 36 **gyöke** az  $(x - 6) + 10 = 40$  egyenletnek.

***Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át.***

Hasonlóan a  $3 + 2x + 2 = 8$  egyenlet gyöke lesz, ugyanakkor a 4 nem lesz gyöke ennek az egyenletnek. Valóban,  $2 \cdot 3 + 2 = 8$ , és  $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$  ( $\neq$  jelet úgy olvassuk, hogy *nem egyenlő*).

Gyakran az egyenlet gyökét az **egyenlet megoldásának** is nevezzük.

Az egyenletnek nem csak egy gyöke lehet. Például az  $x - x = 0$  egyenletnek *végtelen* sok gyöke lesz: bármilyen szám gyöke ennek az egyenletnek; ugyanakkor az  $x - x = 1$  egyenletnek nincs gyöke.

***Az egyenletet megoldani annyit jelent, mint meghatározni az összes gyökét, vagy meggyőződni arról, hogy egyáltalán nincs gyöke.***

**1. PÉLDA.** Oldd meg a  $78 + x = 100$  egyenletet!

*Megoldás.* Emlékezz a szabályra: **az ismeretlen összeadandót megkapjuk, ha az összegből kivonjuk az ismert összeadandót.**

Ezt kapjuk:  $x = 100 - 78$ ;

$$x = 22.$$

*Felelet:* 22. ◀

**2. PÉLDA.** Oldd meg az  $x - 34 = 82$  egyenletet!

*Megoldás.* Emlékezz a szabályra: **az ismeretlen kisebbítendőt megkapjuk, ha a különbséghez hozzáadjuk a kivonandót.**

Ezt kapjuk:  $x = 82 + 34$ ;

$$x = 116.$$

*Felelet:* 116. ◀

**3. PÉLDA.** Oldd meg a  $108 - x = 96$  egyenletet!

*Megoldás.* Alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának ismert módszerét: **ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen kivonandót, a kisebbítendőből ki kell vonni a kivonandót.**

Ezt kapjuk:  $x = 108 - 96$ ;

$$x = 12.$$

*Felelet:* 12. ◀

**4. PÉLDA.** Oldd meg az  $(m - 124) + 316 = 900$  egyenletet!

*Megoldás.* Alkalmazzuk az ismeretlen összeadandó meghatározásának módszerét:

$$m - 124 = 900 - 316;$$

$$m - 124 = 584.$$

Ezután az ismeretlen kisebbítendő meghatározásának módszere szerint:

$$m = 584 + 124;$$

$$m = 708.$$

*Felelet:* 708. ◀

**5. PÉLDA.** Oldd meg az  $1000 - (537 - a) = 642$  egyenletet!

*Megoldás.* Kétszer alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának módszerét:

$$537 - a = 1000 - 642;$$

$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$

$$a = 179.$$

*Felelet:* 179. ◀



1. Milyen számot nevezünk az egyenlet gyökének (megoldásának)?
2. Mit jelent megoldani az egyenletet?
3. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen összeadandót?
4. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kisebbítendőt?
5. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kivonandót?

### Szóban oldd meg!

1. Határozd meg az  $53 + x$  kifejezés értékét, ha:  $x = 29$ ; 2)  $x = 61$ !
2. Határozd meg a  $12y$  kifejezés értékét, ha:  $y = 7$ ; 2)  $y = 20$ !
3. Határozd meg az  $s = 50t$  útképlettel azt a távolságot (méterben), melyet Peti tesz meg: 1) 4 perc alatt; 2) 10 perc alatt! Mit jelent a számtényező ebben a képletben?
4. Az  $a$  szám 10-zel nagyobb, mint a  $b$ . A következő egyenlőségek közül melyik írja le az adott kijelentést:  
1)  $a - b = 10$ ;      2)  $b - a = 10$ ;      3)  $a - 10 = b$ ;      4)  $b + 10 = a$ ?
5. Határozd meg az összes természetes  $a$  számot, melynél a  $20 : a$  is természetes értékeket vesz fel!
6. A karos mérleg egyik tányérjára néhány 2 kg-os súlyt tettek, a másikra pedig 3 kg-os súlyokat. Ezek után a mérleg egyensúlyba került. Hány súlyt raktak mindkét fajtából, ha összesen 10 db súlyt raktak a tányérokra?

### Gyakorlatok

- 270.**° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:  
1)  $x + 16 = 28$ ;      2)  $4x - 5 = 7$ ?
- 271.**° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:  
1)  $234 - y = 220$ ;      2)  $72 : b + 13 = 19$ ?
- 272.**° Oldd meg az egyenleteket:  
1)  $238 + y = 416$ ;      3)  $895 - a = 513$ ;  
2)  $a + 157 = 324$ ;      4)  $m - 2092 = 1067$ !
- 273.**° Oldd meg az egyenleteket:  
1)  $x + 48 = 94$ ;      3)  $x - 174 = 206$ ;  
2)  $234 + y = 452$ ;      4)  $378 - b = 165$ !
- 274.**• Oldd meg az egyenleteket:  
1)  $(134 + x) - 583 = 426$ ;      5)  $(942 - a) - 126 = 254$ ;  
2)  $(208 + x) - 416 = 137$ ;      6)  $(801 - b) - 224 = 368$ ;  
3)  $(x - 506) + 215 = 429$ ;      7)  $475 - (x - 671) = 325$ ;  
4)  $(y - 164) + 308 = 500$ ;      8)  $972 - (y - 504) = 284$ ;

9)  $403 - (634 - a) = 366$ ;

11)  $987 - (x + 364) = 519$ ;

10)  $643 - (581 - b) = 292$ ;

12)  $3128 - (m + 425) = 1509$ !

**275.\*** Oldd meg az egyenleteket:

1)  $(39 + x) - 84 = 78$ ;

4)  $253 - (x - 459) = 138$ ;

2)  $(x - 83) + 316 = 425$ ;

5)  $502 - (217 - x) = 421$ ;

3)  $(600 - x) - 92 = 126$ ;

6)  $871 - (x + 157) = 385$ .

**276.\*** Oldd meg a feladatokat egyenlettel:

1) Ilona gondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz hozzáadunk 43-at és a kapott összegből kivonunk 96-ot, akkor 25 lesz az eredmény. Melyik számra gondolt Ilona?

2) A kiskakasnak 74 krajcárja volt. Miután tankönyveket vásárolt magának, és a gazdaasszonyától kapott még 25 krajcárt, 68 krajcárja lett. Hány krajcárért vásárolt tankönyveket a kiskakas?

**277.\*** Oldd meg a feladatokat egyenlettel:

1) Jancsi kigondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz 27-et hozzáad és az összegből kivon 14-et, akkor 38-at fog kapni. Melyik számra gondolt Jancsi?



2) Nagymama 60 fánkot sütött. Miután néhány fánkot a szomszédjának adott, 20 fánkot pedig az unokái ettek meg, még 28 fánkjá maradt. Hány fánkot adott a szomszédjának?

**278.\*\*** Milyen számmal helyettesíthetjük az  $a$ -t, hogy:

1) az  $(x + a) - 7 = 42$  egyenlet gyöke 22 legyen;

2) az  $(a - x) + 4 = 15$  egyenlet gyöke 3 legyen?

**279.\*\*** Milyen számmal helyettesíthetjük az  $a$ -t, hogy:

1) az  $(x - 7) + a = 23$  egyenlet gyöke 9 legyen;

2) a  $(11 + x) + 101 = a$  egyenlet gyöke 5 legyen?

## Ismétlő gyakorlatok

**280.** Ilonka 8 óra 15 perctől 15 óra 20 percig volt az iskolában. Este sportszakkörre ment, ahol 5 óra 40 perccel kevesebbet tartózkodott, mint az iskolában. Mennyi ideig volt Ilonka a sportszakkörön?



281. Rajzolj a füzetbe egy 12 cm-es szakaszt. Az egyik végpontjára írd a 0 számot, a másikra a 480-at. Oszd fel a szakaszt hat egyenlő részre. Jelöld a keletkezett skálán a 40, 280, 100, 360, 420 számokat!
282. Lacinak az édesanyja 300 hrivnyát adott, hogy banánt, mandarint és narancsot vegyen. Laci 3 kg banánt akart venni, melynek kilogrammonkénti ára 28 hrivnya, 2 kg mandarint, kilogrammját 34 hrivnyájával, és 4 kg narancsot 30 hrivnyájával kilogrammját. Lesz-e elég pénze a vásárlásra? Pozitív válasz esetén, mennyi pénze marad?



### Bölcs Bagoly feladványa

283. Három ládában golyók voltak: az elsőben két fehér, a másodikban két sárga, a harmadikban pedig egy fehér és egy sárga. A ládákra a következő címkék vannak ragasztva: FF, SS és FS úgy, hogy a címkék nem felelnek meg a ládák tartalmának. Hogyan lehet egy golyó kihúzásával megállapítani, hogy melyik ládában mi van?

## 11. Szög. Szögek jelölése

Rajzoljunk a füzetbe egy  $B$  pontból kiinduló  $BA$  és  $BC$  félegyenest (71. ábra).

**Szögnek nevezzük azt az alakzatot, amelyet két, közös kezdőpontú félegyenest alkot.**

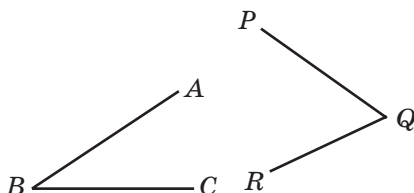
Ezeket a félegyeneseket a szög **szárainak**, a közös kezdőpontot pedig a szög **csúcsának** nevezzük.

A 71. ábrán a  $BA$  és  $BC$  félegyenesek a szög szárai, a  $B$  pont a szög csúcsa.

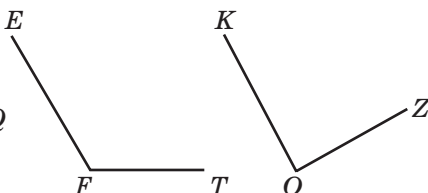
A 71. ábrán a szöget így jelöljük:  $ABC\angle$  vagy  $CBA\angle$ . Felhívjuk a figyelmeteket arra, hogy ezt a szöget nem jelölhetjük  $BAC\angle$  vagy  $BCA\angle$ -nek. A csúcsnak megfelelő betűnek a második helyen kell állnia a szög nevében.

Ezt a szöget a csúcsánál lévő betűvel rövidebben is jelölhetjük:  $B\angle$ .

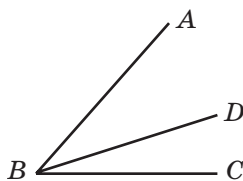
Így a 72. ábrán látható szögeket úgy is jelölhetjük, mint  $PQR\angle$ ,  $EFT\angle$ ,  $KOZ\angle$  vagy megfelelően  $Q\angle$ ,  $F\angle$ ,  $O\angle$ .



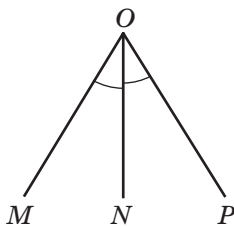
71. ábra



72. ábra



73. ábra



74. ábra

Megjegyezzük, hogy a 73. ábrán látható egyetlen szöget sem jelölhetünk egy betűvel, mivel ezeknek ugyanaz a  $B$  betű a csúcsa.

Az  $ABC$  szög  $B$  csúcsából egy  $BD$  félegyenest húztunk úgy, mint a 73. ábrán látható. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy  $BD$  félegyenes az  $ABC$  szög szárai között lesz és azt két szögre osztja: az  $ABD$  és a  $DBC$  szögekre.

Ha a papírlapot az  $ON$  egyenes mentén kettéhajtjuk (74. ábra), akkor az  $MON$  és az  $NOP$  szögek fedik egymást.

**Két szöget egyenlőnek nevezünk, ha azok egymásra helyezve fedésbe hozhatók.**

Tehát az  $MON$  és  $NOP$  szögek egyenlők. Ezt így írjuk le:  $MON \angle = NOP \angle$ . Az ábrán az egyenlő szögeket azonos számú ívekkel jelölük.

A 74. ábrán az  $ON$  félegyenes az  $MOP$  szöget két egyenlő szögre osztja. Az ilyen félegyenest a szög **szögfelezőjének** nevezzük.



1. Milyen alakzatot nevezünk szögnek?
2. Milyen két szög lesz egymással egyenlő?
3. Hogy nevezük azt a félegyenest, amely a szöget két egyenlő részre osztja?

### Szóban oldd meg!

1. Mely számok hiányoznak a műveletláncból?



2. Oldd meg az egyenleteket:

1)  $x + 13 = 28$ ;    2)  $20 - x = 12$ ;    3)  $x - 11 = 79$ ;    4)  $10 + x = 6$ !

3. Melyik egyenletnek lesz 5 a gyöke:

1)  $2x - 3 = 7$ ;    4)  $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$ ;  
 2)  $x + 20 = 20 + x$ ;    5)  $0 \cdot x = 10$ ;  
 3)  $36 - 3x = 20$ ;    6)  $x + 12 = 22 - x$ ?

4. Petinek és Misinek egyenlő számú cukorkája van. Peti Misinek adott 8 cukorkát. Mennyivel lett több cukorkája Misinek, mint Petinek?

### Gyakorlatok

284.° Hogyan lehet jelölni a 75. ábrán látható szöget?

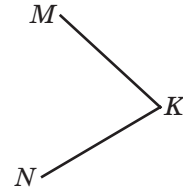
285.° A 76.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ábrák melyikén lesz az  $OK$  félegyenes az  $AOB$  szög szögfelezője?

286.° Nevezd meg a 77. ábrán lévő összes szöget!

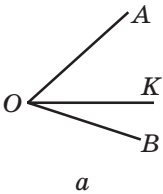
287.° Írd le a 78. ábrán lévő összes szöget!

288.° A 79. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a  $BOC$  szög szárát?

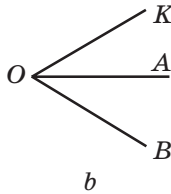
289.° A 80. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a  $BOC$  szög szárát?



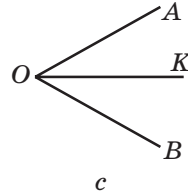
75. ábra



$a$

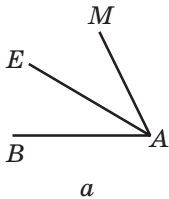


$b$

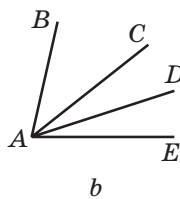


$c$

76. ábra

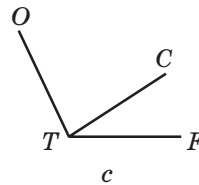


$a$



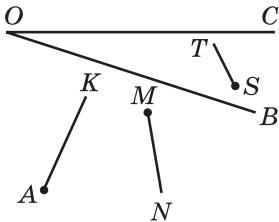
$b$

77. ábra

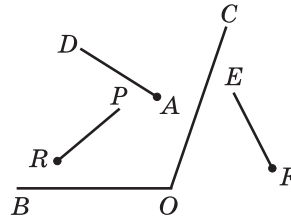


$c$

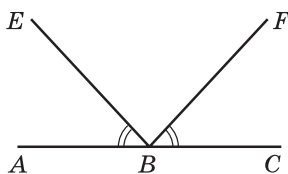
78. ábra



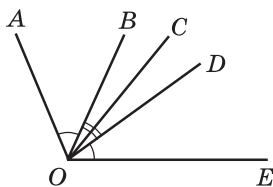
79. ábra



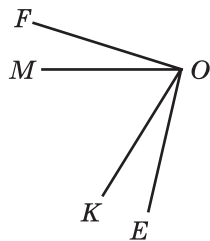
80. ábra



81. ábra



82. ábra

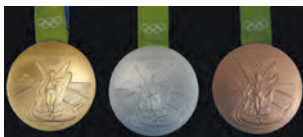


83. ábra

- 290.\*** Rajzolj egy  $MNE$  szöget, és húzd meg a szög szárai között az  $NA$  és  $NC$  félegyeneseket! Írd fel az összes így keletkezett szöget!
- 291.\*** A 81. ábrán  $\angle ABE = \angle CBF$ . Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?
- 292.\*** A 82. ábrán az  $\angle AOB = \angle DOE$ ,  $\angle BOC = \angle COD$ . Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?
- 293.\*** A 83. ábrán az  $\angle FOK$  és  $\angle MOE$  szögek egyenlők. Ezen az ábrán milyen szögek lesznek még egyenlők?

### Ismétlő gyakorlatok

- 294.** Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:
- 1) a 18 és a 20 összegének a 8-cal való szorzata;
  - 2) a 128 és a 29 különbségének és a 11-nek a hányadosa;
  - 3) a 15 és a 6 szorzatának és különbségének a hányadosa!
- 295.** Oldd meg az egyenleteket:
- 1)  $x + 504\,968 = 1\,017\,216$ ;
  - 2)  $120\,340\,526 - x = 7\,908\,049$ !
- 296.** A XXXI. olimpiai játékokon, amely 2016-ban Rio de Janeiróban (Brazília) volt megrendezve, Ukrajna olimpiai csapata 11 érmet szerzett. Sportolóink arany- és ezüstéremből összesen 7-et, arany- és bronzéremből pedig összesen 9-et szereztek. Hány arany-, ezüst- és bronzérmet szereztek sportolóink?
- 297.** Az ötödikes tanulók két autóbusszal mentek kirándulni. Amikor az egyik járműből, melyben 42 tanuló volt, átült 8 tanuló a másikba, akkor a két autóbuszban egyenlő lett a diákok száma. Hány tanuló volt a másik autóbuszban az utazás kezdetén?



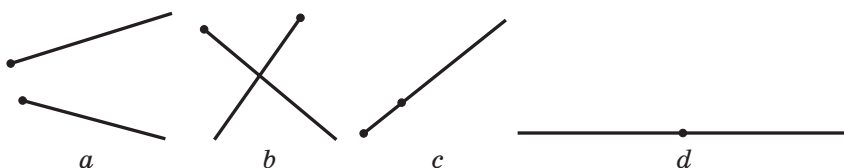
### Bölcs Bagoly feladványa

- 298.** Az  $A$  és  $B$  városok között a távolság 30 km. Az  $A$  városból a  $B$ -be egy kerékpáros indult el 15 km/ó sebességgel. Ezzel egy időben a  $B$  városból az  $A$  felé egy madár indult el 30 km/ó sebességgel.

Amikor találkoztak, a madár visszafordult. Amikor a  $B$  városba ért, megint a kerékpáros felé veszi az iránt, majd amikor találkoztak a madár ismét visszakanyarodik a  $B$  város felé. A madár ezt így folytatta, míg a kerékpáros a  $B$  városba nem ért. Hány kilométert repült a madár?

## 12. A szögek típusai. Szögmérés

A 84.  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  ábrák mindegyikén két félegyenes látható. Melyik ábrán alkotnak szöget ezek a félegyenesek?



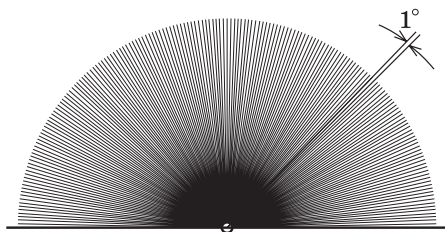
84. ábra

Mivel a 84.  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ábrákon a félegyenesek kezdőpontjai nem esnek egybe, ezért ezek nem alkotnak szöget. A 84.  $d$  ábrán a félegyenesek egyenest alkotnak. Ekkor a kezdőpontjaik egybeesnek, így azok szöget alkotnak. Az ilyen szöget **egyenesszög**nek nevezzük.

*Azt a szöget, melynek szárai egyenest alkotnak, egyenesszögnek nevezzük.*

A szakaszhoz hasonlóan a szöget is meg lehet mérni. Emlékeztetünk benneteket, hogy a szakasz méréséhez egységnyi szakaszt (1 mm, 1 cm stb.) használtunk. A szögek méréséhez még nincs ilyen *egységünk*.

Ezt a következőképpen lehet megoldani. Az egyenes szöget 180 egyenlő részre osztjuk (85. ábra). A két szomszédos félegyenes közötti szöget a szög egységének tekintjük. Ezt a mértéket **foknak** nevezzük, és így írjuk le:  $1^\circ$ .



85. ábra

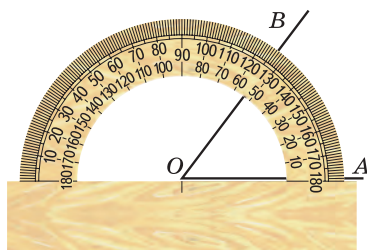
*Megmérni a szöget annyit jelent, mint megszámlálni, hány egységnyi szög alkotja azt.*

Ekkor az egyenesszög **mértéke** vagy **fokmértéke**  $180^\circ$  lesz. Így is mondhatjuk: az egyenesszög mértéke  $180^\circ$ , vagy így: az egyenesszög  $180^\circ$ -kal egyenlő.

A szögek mérésére egy speciális eszközt – **szögmérőt** (86. ábra) használunk. A szögmérő egy vonalzóból és egy olyan félkörből áll, amelynek középpontja a vonalzó középpontjával esik egybe. A skáláján  $180$  beosztás van.



86. ábra

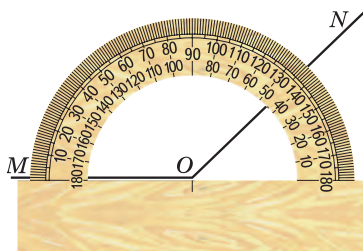


87. ábra

Ahhoz, hogy megmérjük a szöget, a szögmérő középpontját úgy helyezzük a szög csúcsára, hogy a szög egyik szára a vonalzón legyen (87. ábra). Ekkor a skálájának az a beosztása, melyen a szög másik szára halad át, megmutatja ennek a szögnek a mértékét vagy nagyságát.

A 87. ábrán az  $AOB\angle = 53^\circ$ , a 88. ábrán pedig az  $MON\angle = 136^\circ$ .

*Egyenlő szögeknek a fokmértéke is egyenlő.* Két, különböző nagyságú szög közül az a nagyobb, melynek szögmértéke nagyobb. Például a 89. ábrán az  $MON\angle$  a legnagyobb. Erről könnyen meggyőződhetünk, ha megmérjük ezeket a szögeket.



88. ábra

A szög mértékének a következő tulajdonsága lesz.

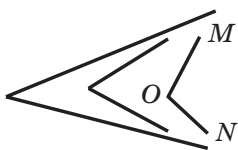
**Ha az  $ABC$  szög szárai között egy  $BD$  félegyenest húzunk, akkor az  $ABC$  szög mértéke egyenlő lesz az  $ABD$  és  $DBC$  szögek szögmértékeinek összegével** (90. ábra). Tehát:

$$ABC\angle = ABD\angle + DBC\angle.$$

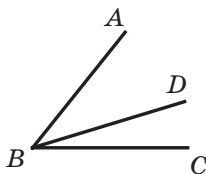
Megjegyezzük, hogy az egyenesszög szögfelezője két szögtartományra osztja azt, ahol mindkét rész szögmértéke  $90^\circ$  (91. ábra).

**Azt a szöget, melynek szögmértéke  $90^\circ$ , derékszögnek nevezzük.**

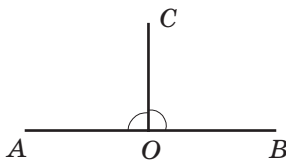
A 91. ábrán az  $AOC$  és  $BOC$  szögek derékszögek.



89. ábra



90. ábra



91. ábra

A derékszöget a 92. ábrán látható módon jelöljük.

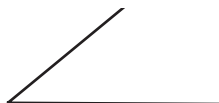
*Azt a szöget, melynek fokmértéke kisebb, mint  $90^\circ$ , hegyesszögnek nevezzük (93. ábra).*

*Azt a szöget, melynek fokmértéke nagyobb, mint  $90^\circ$ , de kisebb, mint  $180^\circ$ , tompaszögnek nevezzük (94. ábra).*



Derékszög

92. ábra



Hegyeszög

93. ábra



Tompaszög

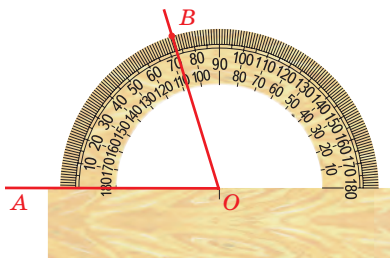
94. ábra

**1. PÉLDA.** Adott az  $OA$  félegyenes. Szerkesszék meg a  $BOA$  szöget, melynek fokmértéke  $72^\circ$ !

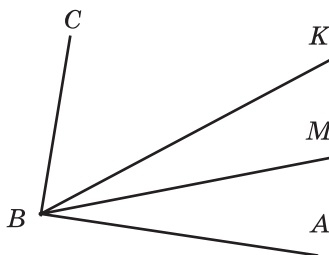
*Megoldás.* A szögmérő középpontját az  $O$  pontra helyezzük úgy, hogy az  $OA$  félegyenes a vonalzón legyen. Megkeressük a szögmérőn a  $72^\circ$ -nak megfelelő beosztást. Ennél a beosztásnál megjelöljük a  $B$  pontot (95. ábra). Meghúzzuk az  $OB$  félegyeneset. A  $BOA$  lesz a keresett szög. ◀

Ha adott az  $OA$  félegyenes és megszerkesztettük a  $BOA$  szöget, akkor azt mondjuk, hogy az  $OA$  félegyenesre *felmértük a  $BOA$  szöget*.

**2. PÉLDA.** Az  $ABC$  szög csúcsából  $BK$  és  $BM$  félegyeneseket húztak úgy, hogy az  $ABK\angle = 48^\circ$ , a  $CBM\angle = 72^\circ$  (96. ábra). Számítsd ki az  $ABC$  szög mértékét, ha  $MBK\angle = 16^\circ$ !



95. ábra



96. ábra

*Megoldás.* Az  $ABM\angle = ABK\angle - MBK\angle$ ;

$$ABM\angle = 48^\circ - 16^\circ = 32^\circ;$$

$$ABC\angle = ABM\angle + CBM\angle;$$

$$ABC\angle = 32^\circ + 72^\circ = 104^\circ.$$

*Felelet:*  $104^\circ$ . ◀



1. Milyen szöget nevezünk egyenesszögnek?
2. Mi a szög mértékegysége?
3. Milyen lesz az egyenesszög fokmértéke?
4. Mit jelent megmérni a szöget?
5. Hogy nevezik azt az eszközt, melyet a szög mérésére alkalmaznak?
6. Mondd el, hogyan használjuk a szögmérőt?
7. Milyen az egyenlő szögek fokmértéke?
8. Két nem egyenlő szög közül melyik lesz a nagyobb?
9. Milyen a szög fokmértékének tulajdonsága?
10. Milyen szöget nevezünk derékszögnek?
11. Milyen szöget nevezünk hegyesszögnek?
12. Milyen szöget nevezünk tompaszögnek?
13. Milyen részekre osztja a szögfelező az egyenesszöget?

### Szóban oldd meg!

1. Nevezd meg két olyan számot, melyek közül az egyik:
  - 1) 27-tel nagyobb, mint a másik;
  - 2) 15-tel kisebb a másiknál;
  - 3) a másik hetedrésze;
  - 4) 3-szor nagyobb a másiknál!
2. Az óra 10 percet siet. Jelenleg 10 óra 8 percet mutat. Mennyi az idő valójában?
3. Az óra 7 percet késik. Jelenleg 16 óra 55 percet mutat. Mennyi az idő valójában?
4. Az adott egyenletek közül melyiknek nincs gyöke?
 

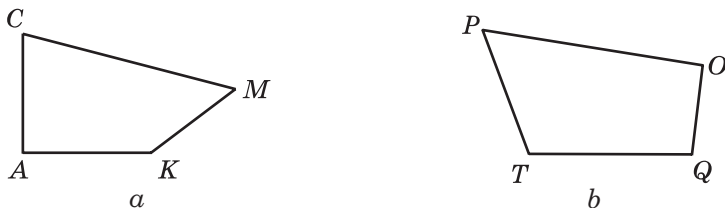
|                  |                      |                      |
|------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $2x = x$ ;    | 4) $0x = 6$ ;        | 7) $8x = 0$ ;        |
| 2) $0x = 0$ ;    | 5) $x \cdot x = x$ ; | 8) $3 - x = 2$ ;     |
| 3) $3 - x = 3$ ; | 6) $x + 6 = 7 + x$ ; | 9) $1 \cdot x = 5$ ; |
5. A 3 km hosszú utca egyik oldalára egymástól 20 m távolságra fákat ültettek. Az első fa az utca elejére, az utolsó pedig a végére került. Hány fát ültettek el az utcában? Mekkora az első és az ötödik fa közötti távolság?

### Gyakorlatok

- 299.° Rajzolj: 1) *EFC* hegyesszöget; 2) *ORT* derékszöget; 3) *D* tompaszöget; 4) *KAP* egyenesszöget!



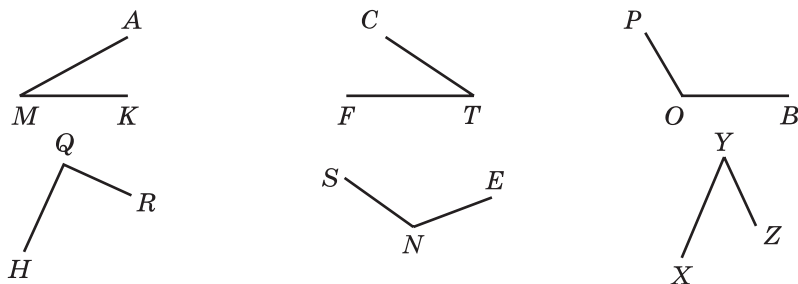
300.° A 97. ábrán keresd meg a hegyes-, tompa- és derékszögeket!



97. ábra

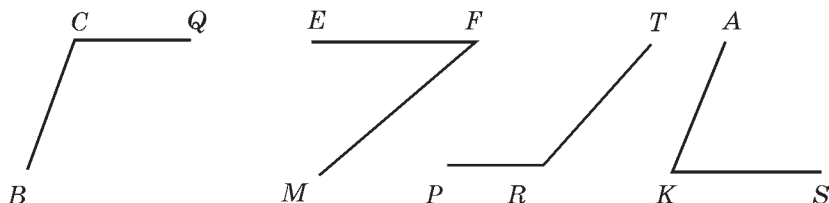
301.° A következő szögek közül melyek lesznek hegyes-, tompa-, derék- és egyenesszögek:  $A\angle = 96^\circ$ ,  $B\angle = 84^\circ$ ,  $S\angle = 180^\circ$ ,  $D\angle = 90^\circ$ ,  $R\angle = 162^\circ$ ,  $E\angle = 60^\circ$ ,  $Q\angle = 100^\circ$ ,  $M\angle = 72^\circ$ ?

302.° Szögmérő segítségével határozd meg a 96. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!



98. ábra

303.° Szögmérő segítségével határozd meg a 99. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!

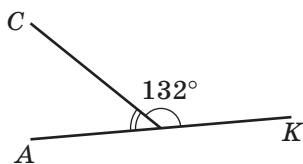


99. ábra

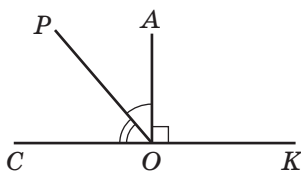
304.° Rajzolj olyan szöget, melynek fokmértéke: 1)  $38^\circ$ ; 2)  $124^\circ$ ; 3)  $92^\circ$ ; 4)  $90^\circ$ ; 5)  $87^\circ$ ; 6)  $54^\circ$ ; 7)  $170^\circ$ ; 8)  $65^\circ$ ! Állapítsd meg a szögek fajtáját!

305.° Húzz egy félegyenest! Erre a félegyenestre mérd fel azt a szöget, melynek fokmértéke: 1)  $40^\circ$ ; 2)  $130^\circ$ ; 3)  $68^\circ$ ; 4)  $164^\circ$ ! Állapítsd meg az így kapott szögek fajtáját!

- 306.° A 100. ábrán a  $CMK\angle = 132^\circ$ , és az  $AMK$  szög pedig egyenes-szög. Számítsd ki az  $AMC$  szög fokmértékét!



100. ábra



101. ábra

- 307.° A 101. ábrán az  $AOK$  derékszög, a  $COP\angle = 54^\circ$ , a  $COK$  pedig egyenesszög. Számítsd ki az  $AOP$  szög fokmértékét!

- 308.° A 102. ábrán lévő szögek közül melyik a legnagyobb? Melyik a legkisebb?

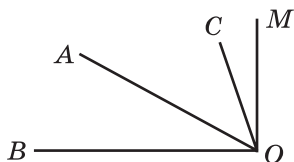


102. ábra

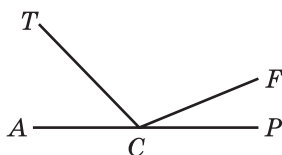
- 309.° Rajzolj egy  $CDE$  szöget, melynek fokmértéke  $152^\circ$ . A  $DA$  félegyenessel oszd két részre úgy, hogy  $CDA\angle = 98^\circ$ . Számítsd ki az  $ADE$  szög nagyságát!

- 310.° Rajzolj egy  $ABC$  szöget, melynek fokmértéke  $106^\circ$ . A  $BD$  félegyenessel oszd két részre úgy, hogy  $ABD\angle = 34^\circ$ . Számítsd ki a  $DBC$  szög nagyságát!

- 311.° A  $BOM$  derékszög csúcsából (103. ábra)  $OA$  és  $OC$  félegyeneseket húztak úgy, hogy  $BOC\angle = 74^\circ$ ,  $AOM\angle = 62^\circ$ . Számítsd ki az  $AOC$  szög nagyságát!



103. ábra



104. ábra

- 312.° Az  $ACP$  egyenesszög csúcsából  $CT$  és  $CF$  félegyeneseket húztak úgy, hogy  $ACF\angle = 158^\circ$ ,  $TCP\angle = 134^\circ$ . Számítsd ki a  $TCF$  szög mér-tékét!

- 313.° Igaz-e a következő állítás:

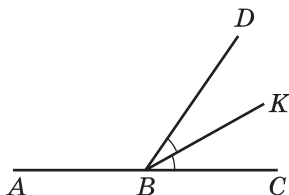
- 1) bármilyen szög, amely kisebb a tompaszögnél, hegyesszög lesz;
- 2) az egyenesszögnél kisebb szög tompaszög;
- 3) a tompaszög szögfelezője két hegyesszögre osztja azt;

4) két hegyesszög fokmértékének összege nagyobb, mint  $90^\circ$ ;

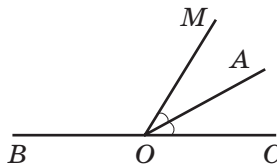
5) a derékszögnél nagyobb szög tompaszög lesz?

314.\* Határozd meg az óramutatók közötti szöget a következő időpontokban: 1) 3 órákor; 2) 6 órákor; 3) 4 órákor; 4) 11 órákor; 5) 7 órákor!

315.\* A  $BK$  félegyenes a  $CBD$  szög szögfelezője,  $ABK\angle = 146^\circ$  (105. ábra). Számítsd ki a  $CBD$  szög nagyságát!



105. ábra



106. ábra

316.\* Az  $OA$  félegyenes a  $COM$  szög szögfelezője,  $COM\angle = 54^\circ$  (106. ábra). Számítsd ki az  $AOB$  szög nagyságát!

317.\* Rajzolj három olyan egyenest, melyek egy pontban metszik egymást. Írd fel az így keletkezett összes egyenesszöget!

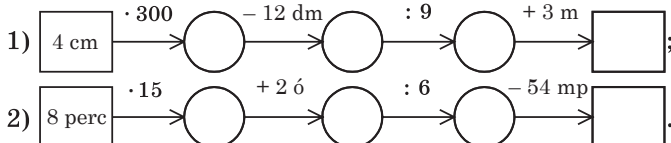
318.\* Rajzolj hat olyan egyenest, melyek egy pontban metszik egymást. Igaz-e, hogy az így keletkezett szögek között van olyan szög, melynek fokmértéke kisebb, mint  $31^\circ$ ?

319.\* Hogyan szerkeszthetünk egy  $13^\circ$ -os szög sablonjával egy  $2^\circ$ -os szöget?

320.\* Hogyan szerkeszthetünk egy  $1^\circ$ -os szöget, ha a sablon, melyet használhatunk: 1)  $19^\circ$ -os; 2)  $7^\circ$ -os?

### Ismétlő gyakorlatok

321. Töltsd ki a műveletláncot:



322. Igaz-e az egyenlőtlenség:

$$(a + 253) \cdot 7 < (9864 - a) : 4, \text{ ha } a = 124?$$

323. Négy pohárba annyi tej fér, mint egy üvegbe. A pohárba és az üvegbe összesen 1 kg 200 g tej fér. Hány gramm tej fér egy pohárba?

324. A csónak bérleti díja minden megkezdett első órára 16 hrn. Minden további megkezdett óra díja 12 hrivnya lesz. Laci 9 óra 40 perckor kölcsönzött egy csónakot, és ugyanaznap 13 óra 15 perckor visszavitte. Mennyit fizetett Laci a csónak bérléséért?

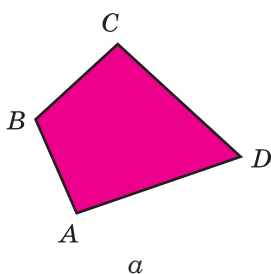


## Bölcs Bagoly feladványa

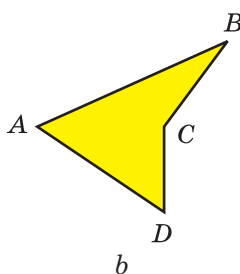
325. Nappal a csiga 3 m-t mászik felfelé, és éjszaka 2 m-t visszacsúszik. Hány nap alatt ér fel egy 20 m-es alagútból ez a csiga?

### 13. Sokszögek. Egybevágó alakzatok

A 107. és 108. ábrákon három olyan alakzat látható, melyeket egy zárt töröttvonal határol, és mindegyikük négy szakaszból áll:  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  és  $DA$ .



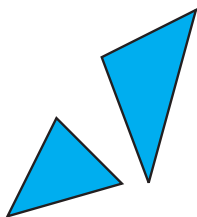
107. ábra



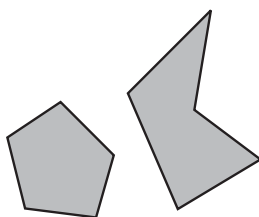
108. ábra

Miben különböznek a 107. és a 108. ábrán lévő alakzatok határai egymástól? A 107. ábrán a töröttvonal elemei (vagy szakaszai) nem metszik egymást.

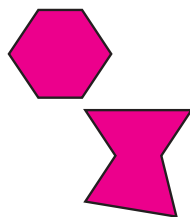
A 107. ábrán látható alakzatokat **négyszögeknek**, a 109. ábrán lévőket **háromszögeknek**, a 110. ábrán lévőket **ötszögeknek**, a 111. ábrán lévőket pedig **hatszögeknek** nevezzük.



109. ábra



110. ábra



111. ábra

Ezen alakzatok mindegyike a **sokszög**. A 108. ábrán látható alakzatok nem lesznek sokszögek.

Minden sokszögnek **csúcsai** és **oldalai** vannak. Így a 107.  $a$  ábrán az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  pontok egy négyszög csúcsai, az  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  szakaszok a négyszög oldalai lesznek. Az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  szögek a négyszög **szögei**.

A sokszögeket a csúcsaival nevezzük és jelöljük meg. Ehhez sorba meg kell jelölni vagy nevezni a csúcsait. A sort bárhol kezdhethetjük.

A 107. ábrán lévő négyszöget a következőképpen nevezhetjük el:  $ABCD$  vagy  $BCDA$  vagy  $DCBA$  stb.

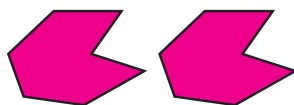
A sokszög oldalhosszainak összegét a sokszög **kerületének** nevezzük.

***Két sokszöget egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.***

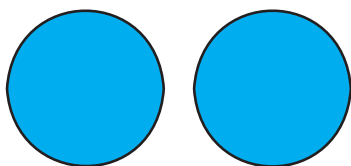
A 112. ábrán két egyenlő hétszög látható.

***Két alakzatot egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.***

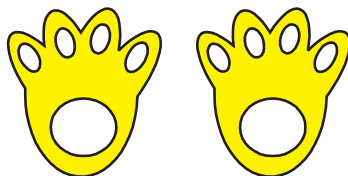
A 113. ábrán lévő alakzatok egymásra téve fedik egymást. Ezek az alakzatok egybevágók lesznek.



112. ábra



a



b

113. ábra



1. Milyen alakzatot határol a zárt töröttvonal?
2. Metszhetik-e egymást a sokszöget határoló töröttvonal élei?
3. Sorold fel a sokszög elemeit!
4. Hogyan nevezik és jelölik a sokszögeket?
5. Mit nevezünk a sokszög kerületének?
6. Milyen sokszögeket nevezünk egybevágóknak?
7. Milyen alakzatokat nevezünk egybevágóknak?

### Szóban oldd meg!

1. A 24 és a 18 összegét csökkentsd 33-mal!
2. A 30 és a 14 különbségét növelsd 3-szorosára!
3. A 12 és az 5 szorzatát növelsd 19-cel!
4. A 189 és a 9 hányadosát csökkentsd hetedére!
5. Az adott szakaszok között nevezd meg az egyenlőket, ha  $AB = 5 \text{ cm } 3 \text{ mm}$ ,  $CD = 4 \text{ m } 5 \text{ cm}$ ,  $PK = 45 \text{ cm}$ ,  $EF = 2 \text{ dm } 8 \text{ mm}$ ,  $TQ = 53 \text{ mm}$ ,  $MN = 208 \text{ mm}$ !

### Gyakorlatok

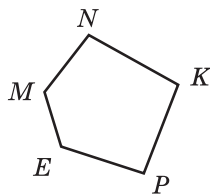
**326.** Nevezd meg a 114. ábrán lévő ötszög csúcsait és oldalait!

**327.** Rajzolj le egy: 1) négyszöget; 2) ötszöget; 3) hatszöget; 4) hétszöget!

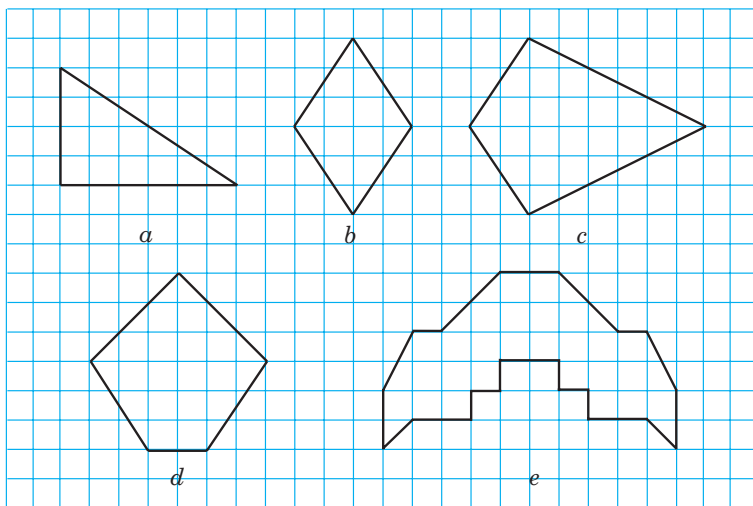
**328.** Számítsd ki az ötszög kerületét, ha oldalai: 2 cm, 4 cm, 5 cm 5 mm, 6 cm, 7 cm!

**329.** Számítsd ki a hatszög kerületét, ha három oldalának hossza 8 cm, a másik három pedig 10 cm!

**330.** Rajzold át a füzetedbe a 115. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!

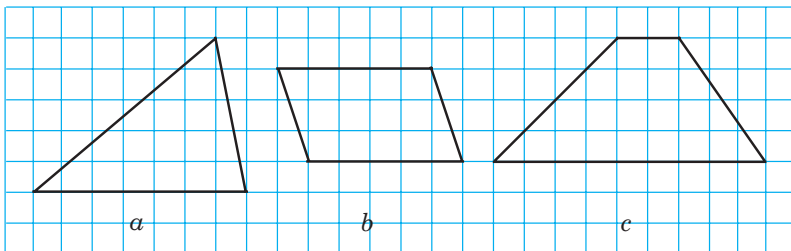


114. ábra



115. ábra

**331.** Rajzold át a füzetedbe a 116. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!



116. ábra





## Bölcs Bagoly feladványa

340. Az egyenlő tömegű citromokat darabra árusítják. Mindegyik tömege grammban kifejezve természetes szám. Kettőnél többet vásároltak, de 7-nél kevesebbet. A vásárlás össztömege 850 gramm volt. Mennyit nyom egy citrom?

### 14. A háromszög és fajtái

Az összes sokszög közül a **háromszögnek** van a legkevesebb oldala.

A háromszögeket a szögek szerint osztályozhatjuk.

**Ha a háromszög minden szöge hegyesszög, akkor azt hegyesszögű háromszögnek nevezzük** (117. ábra).

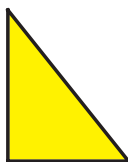
**Ha a háromszög szögei közül az egyik derékszögű, akkor azt derékszögű háromszögnek nevezzük** (118. ábra).

**Ha a háromszög szögei közül az egyik tompaszög, azt tompaszögű háromszögnek nevezzük** (119. ábra).



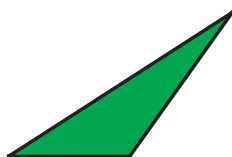
Hegyeszögű  
háromszög

117. ábra



Derékszögű  
háromszög

118. ábra

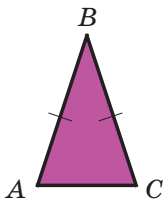


Tompaszögű  
háromszög

119. ábra

Fentebb a háromszögeket szögek szerint *osztályoztuk!*

A háromszögeket nem csupán a szögei, de az egyenlő oldalak száma alapján is *osztályozhatjuk*.



120. ábra

**Ha a háromszög két oldala egymással egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő szárú háromszögnek nevezzük.**

A 120. ábrán az  $ABC$  egyenlő szárú háromszög látható, melyben  $AB = BC$ . Az ábrán az  $AB$  és  $BC$  egyenlő oldalakat egyenlő számú vonalakkal jelöljük. Az  $AB$  és  $BC$  egyenlő oldalakat **száraknak**, az  $AC$  oldalt pedig az  $ABC$  egyenlő szárú háromszög **alapjának** nevezzük.

**Ha a háromszög három oldala egyenlő egymással, akkor az ilyen háromszöget egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.**

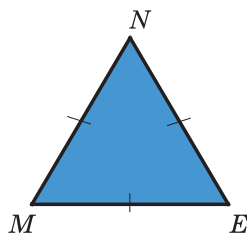


A 121. ábrán lévő háromszög egyenlő oldalú, mert  $MN = NE = EM$ .

**Ha a háromszög minden oldala egyenlő, akkor azt egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.**

A 117–119. ábrán lévő alakzatok különböző oldalú háromszögek.

Ha az egyenlő oldalú háromszög oldala  $a$ -val egyenlő, akkor a  $P$  kerülete a következő képlettel számítható ki:

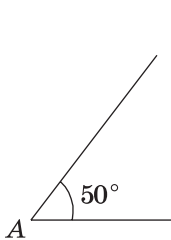


121. ábra

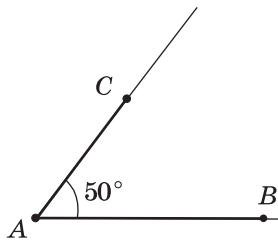
$$P = 3a$$

**1. PÉLDA.** Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy háromszöget, melynek két oldala 3 cm és 2 cm, a köztük lévő szöge pedig  $50^\circ$ !

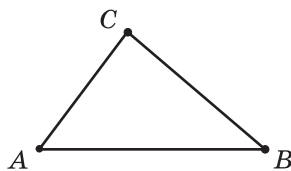
*Megoldás.* A szögmérő segítségével egy  $50^\circ$ -os  $A$  szöget szerkesztünk (122. ábra). Ezután vonalzó segítségével a csúsból kiindulva az oldalakon egy 3 cm hosszúságú  $AB$ , és egy 2 cm hosszúságú  $AC$  szakaszt jelölünk meg (123. ábra). Ha összekötjük a  $B$  és  $C$  pontokat, megkapjuk a keresett háromszöget (124. ábra). ◀



122. ábra



123. ábra



124. ábra

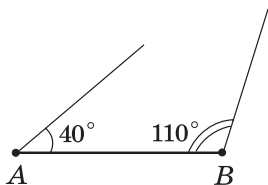
**2. PÉLDA.** Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy  $ABC$  háromszöget, melynek  $AB$  oldala 3 cm, a  $CAB$  és  $CBA$  szöge pedig megfelelően  $40^\circ$  és  $110^\circ$ -os!

*Megoldás.* Először vonalzó segítségével megrajzoljuk a 3 cm hosszú  $AB$  szakaszt (125. ábra). Az  $AB$  félegyenesen az  $A$  pontból kiindulva megszerkesztjük a  $40^\circ$ -os szöget. A  $BA$  félegyenesen pedig – ugyanazon irányba, mint az  $AB$  egyenesen – a  $B$  pontból kiindulva

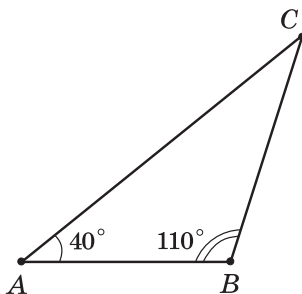


125. ábra

megszerkesztjük a  $110^\circ$ -os szöget (126. ábra). Az  $A$  és  $B$  szög szárainak metszéspontja adja a  $C$  pontot, s így megkapjuk a keresett háromszöget (127. ábra). ◀



126. ábra



127. ábra



1. Szögei alapján hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
2. Milyen háromszöget nevezünk hegyesszögűnek? Derékszögűnek? Tompaszögűnek?
3. Az egyenlő oldalai számától függően, hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
4. Milyen háromszöget nevezünk egyenlő szárúnak? Egyenlő oldalúnak? Különböző oldalúnak?
5. Hogy nevezzük az egyenlő szárú háromszög oldalait?
6. Milyen képlettel számítható ki az egyenlő oldalú háromszög kerülete?

### Szóban oldd meg!

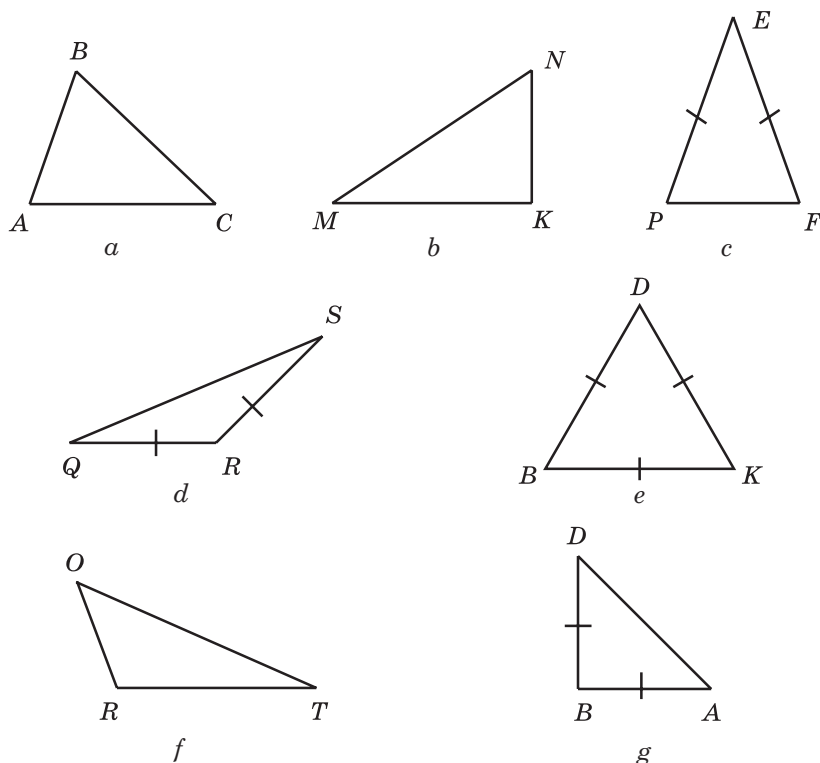
1. Mivel egyenlő annak a nyolcszögnek a kerülete, melynek minden oldala 4 cm?
2. Számítsd ki az összeget:  $27 + 16 + 33 + 24$ !
3. Melyik szám hiányzik a következő műveletláncból?



4. Három bokorban 15 szál rózsza virított. Miután az egyik bokorban még három szál kinyílt, a rózsaszálak száma mindegyikben egyenlő lett. Hány rózsaszál volt eredetileg mindegyik bokorban?

### Gyakorlatok

- 341.° Állapítsd meg a 128. ábrán látható háromszögek fajtáját szögeik és egyenlő oldalaiuk alapján!
- 342.° Rajzolj:
  - 1) egy különböző oldalú hegyesszögű háromszöget;
  - 2) egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget;
  - 3) egy egyenlő szárú tompaszögű háromszöget!



128. ábra

343.° Rajzolj:

- 1) egy különböző oldalú derékszögű háromszöget;
- 2) egy különböző oldalú tompaszögű háromszöget;
- 3) egy egyenlő szárú hegyesszögű háromszöget!

344.° Határozd meg a háromszög területét, ha oldalai: 16 cm, 22 cm és 28 cm!

345.° Határozd meg a háromszög területét, ha oldalai: 14 cm, 17 cm és 17 cm!

346.° Rajzolj egy tetszőleges háromszöget! Mérd meg az oldalait és a szögeit, majd számítsd ki a területét és a szögeinek összegét!

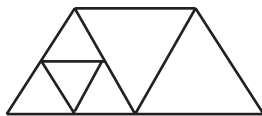
347.° A háromszög egyik oldala 24 cm, a másik oldala 18 cm-rel nagyobb, a harmadik oldala pedig fele a másodiknak. Határozd meg a háromszög területét!

348.° A háromszög egyik oldala 12 cm, a másik oldala ennél 3-szor nagyobb, a harmadik oldala pedig 8 cm-rel kisebb, mint a második. Határozd meg a háromszög területét!

- 349.\*** 1) Határozd meg az egyenlő szárú háromszög területét, ha az alapja 13 cm, a szára pedig 8 cm!
- 2) Az egyenlő szárú háromszög kerülete 39 cm, az alapja pedig 15 cm. Számítsd ki a háromszög szárainak hosszát!
- 350.\*** Az egyenlő szárú háromszög kerülete 28 cm, a szára 10 cm. Számítsd ki a háromszög alapjának hosszát!
- 351.\*** A háromszög kerülete  $p$  cm, az egyik oldala 22 cm, a másik pedig  $b$  cm. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha  $p = 72$ ,  $b = 26$ !
- 352.\*** A háromszög kerülete 97 cm, az egyik oldala  $a$  cm, a másik pedig  $b$  cm. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha  $a = 32$ ,  $b = 26$ !
- 353.\*** Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:
- 1) két oldala 3 cm és 6 cm, az általuk bezárt szög pedig  $40^\circ$ ;
  - 2) két oldala 2 cm 5 mm és 5 cm, az általuk bezárt szög pedig  $130^\circ$ ;
  - 3) két oldala egyenként 3 cm 5 mm, az általuk bezárt szög pedig  $54^\circ$ ;
  - 4) egyik oldala 4 cm, a rajta fekvő szögei pedig  $30^\circ$  és  $70^\circ$ ;
  - 5) egyik oldala 2 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig  $100^\circ$  és  $20^\circ$ ;
  - 6) egyik oldala 5 cm, a rajta fekvő szögei pedig  $30^\circ$  és  $60^\circ$ ;
  - 7) egyik oldala 5 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig  $45^\circ$ -osak;
  - 8) egyik oldala 5 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig  $60^\circ$ -osak!
- 354.\*** Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:
- 1) két oldala 3 cm és 4 cm, az általuk bezárt szög pedig  $90^\circ$ ;
  - 2) két oldala 4 cm 5 mm, az általuk bezárt szög pedig  $60^\circ$ ;
  - 3) egyik oldala 6 cm, a rajta fekvő szögei pedig  $90^\circ$  és  $45^\circ$ ;
  - 4) egyik oldala 4 cm 5 mm, a rajta fekvő szögei pedig  $35^\circ$ -osak!
- 355.\*\*** Szerkessz olyan háromszöget, melynek oldalai a 129. ábrán lévő 4 pontot tartalmazzák!



129. ábra



130. ábra



131. ábra

**356.\*\*** Hány háromszöget látsz a 130. ábrán?

**357.\*\*** Hány háromszöget látsz a 131. ábrán?

## Ismétlő gyakorlatok

**358.** Írd fel a 132. ábrán található összes szöget, és állapítsd meg mindegyik fajtáját!

**359.** Misi a matematika házi feladatát 16 óra 48 perckor kezdte és 17 óra 16 perckor fejezte be. Sanyi 17 óra 53 perckor kezdte és 18 óra 20 perckor készült el vele. Melyik fiú készítette el a feladatát hosszabb idő alatt és hány perccel?

**360.** Oldd meg az egyenleteket:

1)  $429 + m = 2106$ ;

3)  $(m + 326) - 569 = 674$ ;

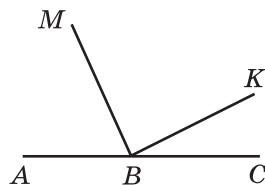
2)  $348 - k = 154$ ;

4)  $5084 - (k - 299) = 568$ !

**361.** Helyettesítsd a csillagokat a megfelelő számmal, hogy a művelet igaz legyen!

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad * \ 4 \ 7 \ * \ 8 \\ \quad \quad 2 \ * \ * \ 3 \ * \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad - \ 1 \ * \ * \ * \ * \ 0 \\ \quad \quad 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ * \\ \hline 5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 \end{array}$$



132. ábra



## Bölcs Bagoly feladványa

**362.** A gimnázium minden diákja két idegen nyelv közül legalább egyet tanul. Angol nyelvet 328-an, franciát 246-an, egyidejűleg angolt is és franciát is 109-en tanulnak. Hány diák tanul összesen a gimnáziumban?

## 15. Téglalap

**Ha a négyszög mindegyik szöge derékszög, akkor az ilyen négyszöget téglalaprak nevezzük.**

A 133. ábrán az  $ABCD$  négyszög látható.

Az  $AB$  és  $BC$  oldalnak közös a  $B$  csúcsa. Ezeket az oldalakat az  $ABCD$  téglalap **szomszédos** oldalainak nevezzük. Szintén szomszédos oldalai lesznek a  $BC$  és  $CD$  oldalak is.

A szomszédos oldalait a téglalap **hosszának** és **szélességének** nevezzük.

Az  $AB$  és  $CD$  oldalaknak nincs közös csúcsa. Ezeket az  $ABCD$  téglalap **szemközti** oldalainak nevezzük. A  $BC$  és  $AD$  oldalai szintén szemközti oldalak lesznek.

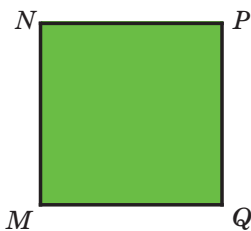
**A téglalap szemközti oldalai egyenlők.**

A 133. ábrán  $AB = CD$ ,  $BC = AD$ .



133. ábra

Ha a téglalap szomszédos oldalait  $a$ -val és  $b$ -vel jelöljük, akkor a  $P$  kerületét a már ismert képlettel számítjuk ki:



134. ábra

$$P = 2a + 2b$$

**Azt a téglalapot, melynek minden oldala egyenlő, négyzetnek nevezzük** (134. ábra).

Ha a négyzet oldalát  $a$ -val jelöljük, akkor annak  $P$  kerületét a következő képlettel számítjuk ki:

$$P = 4a$$



1. Milyen négyszöget nevezünk téglalapnak?
2. A téglalap milyen oldalait nevezzük szomszédosoknak? Szemköztieknek?
3. Mit nevezünk a téglalap hosszának és szélességének?
4. Milyen tulajdonsággal rendelkeznek a téglalap szemközti oldalai?
5. Milyen alakzatot nevezünk négyzetnek?
6. Milyen képlettel számítható ki a téglalap kerülete?
7. Milyen képlettel számítható ki a négyzet kerülete?

### Szóban oldd meg!

1. Az egyik összeadandót 19-cel növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg ne változzon?
2. A kivonandót 47-tel csökkentették. Hogyan kell megváltoztatni a kisebbítendőt, hogy a különbség ne változzon?
3. A kisebbítendőt 26-tal növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség ne változzon?
4. A háromszög minden oldala 12 cm. Hogy nevezzük az ilyen háromszöget? Mivel egyenlő a háromszög kerülete?
5. Az egyenlő szárú háromszög kerülete 32 cm, az egyik oldala 12 cm. Határozd meg a másik két oldalának hosszát! Hány megoldása van a feladatnak?
6. Határozd meg az egyenlő oldalú háromszög oldalát, ha az a kerületénél 10 cm-rel kisebb!
7. Az  $y = x \cdot x + 12$  képlettel számítsd ki az  $y$  értékét, ha: 1)  $x = 1$ ; 2)  $x = 10$ !

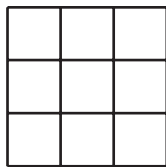
## Gyakorlatok

- 363.**° Rajzolj egy olyan: 1) téglalapot, melynek oldalai 4 cm és 2 cm; 2) négyzetet, melynek oldala 3 cm!
- 364.**° Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek oldalai 25 mm és 35 mm!
- 365.**° Számítsd ki a kerületét annak:  
1) a téglalapnak, melynek oldalai 42 cm és 23 cm;  
2) a négyzetnek, melynek oldala 8 dm!
- 366.**° Határozd meg a téglalap kerületét, ha oldalai 13 mm és 17 mm!
- 367.**° A téglalap egyik oldala 14 cm, ami 5 cm-rel nagyobb a másik oldalánál. Határozd meg a téglalap kerületét!
- 368.**° A téglalap kerülete 34 cm, az egyik oldala pedig 12 cm. Határozd meg a téglalap szomszédos oldalát!
- 369.**° A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldal pedig 4-szer hosszabb. Határozd meg a téglalap kerületét!
- 370.**° A 12 cm oldalhosszúságú négyzetnek, és egy téglalapnak a kerülete azonos. Add meg a téglalap másik oldalának hosszát, ha az egyik oldala 8 cm!
- 371.**° A téglalap kerülete, melynek oldalai 42 cm és 14 cm ugyanakkora, mint a négyzet kerülete. Add meg a négyzet oldalának hosszát!
- 372.**° A téglalap alakú park szomszédos oldalai 460 m és 240 m. A parkot kerítés veszi körül. A kerítéstől 2 m-re futópályát hoztak létre, amely szintén téglalap alakú. Az egészséges életmódot követő Péter minden reggel az iskola előtt kétszer körbefutja ezen a pályán a parkot. Mekkora távolságot tesz meg reggelenként Péter?

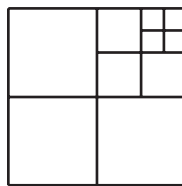


- 373.**° A sportteremben különböző színű vonalakkal ki kell jelölni a téglalap alakú kosárlabda- és röplabdapályákat. A kosárlabdapálya oldalai 26 m és 14 m, a röplabdapályáé pedig 18 m és 9 m. 1 m vonal felfestéséhez 50 g festék szükséges. Mennyi festék kell ahhoz, hogy mindkét sportpályát kijelöljék?

374.\*\* Hány négyzet látható a 135. ábrán?



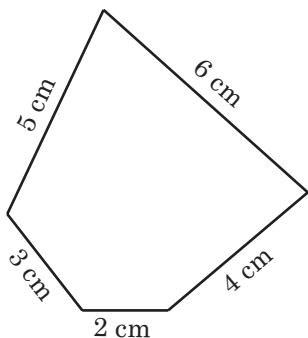
135. ábra



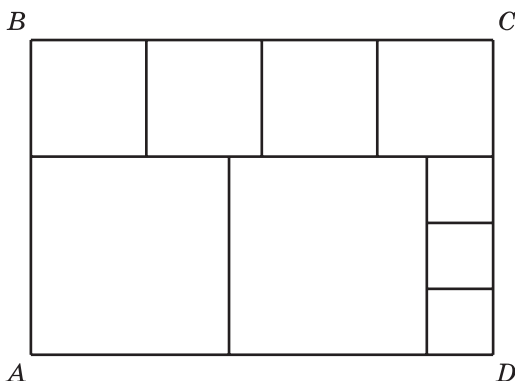
136. ábra

375.\*\* Hány négyzet látható a 136. ábrán?

376.\*\* Egy darab drótból egy ötszög modelljét mintázták meg (137. ábra). A felsorolt alakzatok közül melyiket készíthetjük el ebből a drótból (az oldalak hossza természetes szám, és centiméterekben mérünk): 1) négyzet; 2) ötszög, melynek minden oldala egyenlő; 3) egyenlő oldalú háromszög?



137. ábra



138. ábra

377.\*\* Az  $ABCD$  téglalapot a 138. ábra szerint négyzetekre vágták szét. A legkisebb négyzet oldala 4 cm. Határozd meg az  $ABCD$  téglalap oldalait!

378.\*\* Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek szomszédos oldalai 3 cm és 6 cm. Oszd fel három egyenlő téglalapra. Számítsd ki mindegyik így keletkezett téglalap területét. Hány megoldása van a feladatnak?

379.\*\* A 12 cm kerületű téglalapok között lesz-e olyan, melyet két egyenlő négyzetre lehet felosztani? Igenlő válasz esetén készítsd el a rajzot, és számítsd ki mindegyik négyzet területét!



- 380.\*** Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni két négyzetet?
- 381.\*** Hogyan lehet szétvágni egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?
- 382.\*** Hogyan lehet szétvágni egy 8 cm és 4 cm oldalú téglalapot négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?
- 383.\*** Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet egy háromszögre és egy négyzetre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy háromszöget?
- 384.\*** Hogyan lehet egy 6 cm oldalhosszúságú négyzetet két részre szétvágni egy három szakaszból álló töröttvonal mentén, hogy a kapott részekből egy téglalapot kapjunk?

### Ismétlő gyakorlatok

- 385.** Rajzolj egy  $MK$  egyenest,  $PS$  félegyenest és  $AB$  szakaszt úgy, hogy a  $PS$  félegyenes metssze az  $AB$  szakaszt és az  $MK$  egyenest, azonban az  $MK$  egyenes ne metssze az  $AB$  szakaszt!
- 386.** A boltban citromot, narancsot és mandarint árulnak, össztemükük 740 kg. Ha eladnának 55 kg citromot, 36 kg narancsot és 34 kg mandarint, akkor a citrom, a narancs és a mandarin maradék tömegei egyenlők lennének egymással. Hány kg gyümölcs van a boltban mindegyik fajtából?
- 387.** A Pethő család városi házától vagy autóbusszal, vagy vonattal, vagy iránytaxival lehet eljutni a vidéki nyaralójukba. A táblázat azt az időt tartalmazza, amely szükséges az adott útszakasz megtételéhez. Milyen lesz az a legkisebb időszak, ami alatt a Pethő család a nyaralóhoz ér? Melyik közlekedési eszközt kell ehhez használniuk?

| Közlekedési eszköz | A háztól az adott közlekedési eszköz megállójáig tartó időszak | A közlekedési eszközön töltött időszak | A közlekedési eszköz megállójától a nyaralóig tartó időszak |
|--------------------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Autóbusz           | 10 perc                                                        | 1 ó 15 perc                            | 5 perc                                                      |
| Vonat              | 8 perc                                                         | 56 perc                                | 10 perc                                                     |
| Iránytaxi          | 7 perc                                                         | 1 ó 5 perc                             | 8 perc                                                      |

388. Határozd meg az egyenlet gyökeinek összegét:

1)  $(x - 18) - 73 = 39$  és  $24 + (y - 52) = 81$ ;

2)  $(65 - x) + 14 = 51$  és  $(y + 16) + 37 = 284$ !

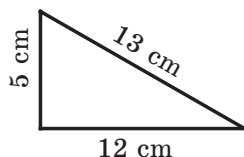
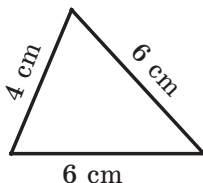
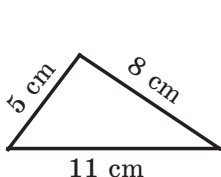
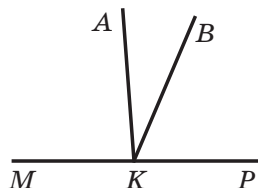


### Bölcs Bagoly feladványa

389. Hogyan lehet egy ötliteres korsó és egy háromliteres kanna segítségével 4 liter vizet kimérni?

### ELLENŐRIZD MAGADAT! 2. SZ. TESZTFELADAT

- Mivel egyenlő  $738\ 621 - 239\ 507$ ?  
A) 499 114      B) 498 104      C) 489 014      D) 488 124
- Mivel egyenlő  $2\text{ ó }36\text{ perc} + 6\text{ ó }48\text{ perc}$ ?  
A) 9 ó 34 perc      C) 9 ó 24 perc  
B) 8 ó 14 perc      D) 8 ó 24 perc
- Milyen egyenlőséggel lehet felírni, hogy az  $m$  szám 18-cal kisebb, mint az  $n$  szám?  
A)  $m - n = 19$       C)  $m + n = 18$   
B)  $n - m = 18$       D)  $m = n + 18$
- Mivel egyenlő az  $(x - 63) + 105 = 175$  egyenlet gyöke?  
A) 133      B) 7      C) 343      D) 217
- Nevezd meg az igaz állítást!  
A) a hegyesszögnél nagyobb szög tompaszög lesz  
B) a tompaszögnél kisebb szög derékszög lesz  
C) bármilyen hegyesszög kisebb a tompaszögnél  
D) a derékszögnél nagyobb szög egyenesszög lesz
- A rajzon látható  $MKP$  szög csúcsából  $KA$  és  $KB$  félegyeneseket húztak úgy, hogy  $MKB\angle = 115^\circ$ ,  $AKP\angle = 94^\circ$ . Számítsd ki az  $AKB$  szög fokmértékét!  
A)  $21^\circ$       B)  $27^\circ$       C)  $29^\circ$       D)  $32^\circ$
- Határozd meg az egyenlőszárú háromszög területét!



- A) 24 cm      B) 16 cm      C) 30 cm      D) 20 cm

8. A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldala pedig 7 cm-rel hosszabb. Mekkora a téglalap kerülete?  
A) 15 cm      B) 30 cm      C) 23 cm      D) 46 cm
9. A házi feladat elkészítéséhez a tanuló 2 ó 15 percet használt el. Miközben az ukrán és matematika feladatokra 40 percet, a történelemre pedig 25 percet fordított, a maradék időt az angol feladat elkészítésével töltötte el. Mennyi időt fordított az angol házi feladat elvégzésére?  
A) 40 perc      B) 35 perc      C) 25 perc      D) 30 perc
10. Egy négyzet és egy téglalap kerületei egyenlők. A négyzet oldala 12 cm, a téglalap egyik oldala pedig 10 cm. Mivel egyenlő a téglalap ismeretlen oldalának hossza?  
A) 8 cm      B) 26 cm      C) 2 cm      D) 14 cm
11. Az  $a$  mely értékénél igaz a következő egyenlőség:  $a + a = a - a$ ?  
A) az  $a$  bármely értékénél      C) ha  $a = 0$   
B) nincs ilyen értéke az  $a$ -nak      D) ha  $a = 1$
12. Egy 30 fős osztály múzeumi kiránduláson vett részt. Egy tanuló belépőjegye  $a$  hrivnyába került, emellett az idegenvezető munkadíja 50 hrivnya. Nevezd meg azt a képletet, amely a kirándulás  $b$  összköltségét határozza meg!  
A)  $b = a + 50$       C)  $b = 30(a + 50)$   
B)  $b = 30a + 50$       D)  $b = 50a + 30$

## A 2. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

### Az összeadás tulajdonságai

Felcserélhetőségi tulajdonság:  $a + b = b + a$

Csoportosítási tulajdonság:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

### Az egyenlet gyöke

Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át.

### Az egyenlet megoldása

Az egyenletet megoldani annyit jelent, mint meghatározni az összes gyökét, vagy meggyőződni arról, hogy egyáltalán nincs gyöke.

### Szög

Szögnek nevezzük azt az alakzatot, amelyet két, közös kezdőpontú félegyenes alkot.

### Egyenlő alakzatok

Két alakzatot egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

### Szögfelező

Azt a félegyeneset, amely a szöget két egyenlő szögre osztja, szögfelezőnek nevezzük.

**Szög mértékének tulajdonsága**

Ha az  $ABC$  szög szárai között egy  $BD$  félegyenest húzunk, akkor az  $ABC$  szög fokmértéke egyenlő lesz az  $ABD$  és  $DBC$  szögek fokmértékeinek összegével, vagyis  $ABC\angle = ABD\angle + DBC\angle$ .

**Egyenesszög**

Azt a szöget, melynek szárai egyenest alkotnak, egyenesszögnek nevezzük. Az egyenesszög fokmértéke  $180^\circ$ .

**Derékszög**

Azt a szöget, melynek fokmértéke  $90^\circ$ , derékszögnek nevezzük.

**Hegyesszög**

Azt a szöget, melynek fokmértéke kisebb, mint  $90^\circ$ , hegyesszögnek nevezzük.

**Tompaszög**

Azt a szöget, melynek fokmértéke nagyobb, mint  $90^\circ$ , de kisebb, mint  $180^\circ$ , tompaszögnek nevezzük.

**Hegyesszögű háromszög**

Ha a háromszög minden szöge hegyesszög, akkor az ilyen háromszöget hegyesszögű háromszögnek nevezzük.

**Derékszögű háromszög**

Ha a háromszög egyik szöge derékszög, akkor az ilyen háromszöget derékszögű háromszögnek nevezzük.

**Tompaszögű háromszög**

Ha a háromszög egyik szöge tompaszög, akkor az ilyen háromszöget tompaszögű háromszögnek nevezzük.

**Egyenlő szárú háromszög**

Ha a háromszög két oldala egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő szárú háromszögnek nevezzük.

**Egyenlő oldalú háromszög**

Ha a háromszög három oldala egyenlő, akkor az ilyen háromszöget egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.

**Különböző oldalú háromszög**

Ha a háromszög három oldalának hossza különböző, akkor azt különböző oldalú háromszögnek nevezzük.

**Téglalap**

Ha a négyszög minden szöge derékszög, akkor azt téglalapnak nevezzük.

**A téglalap tulajdonsága**

A téglalap szemközti oldalai egyenlők.

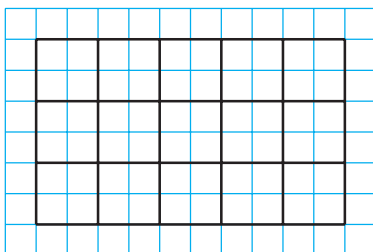
**Négyzet**

Azt a téglalapot, melynek minden oldala egyenlő, négyzetnek nevezzük.

### 3. §. TERMÉSZETES SZÁMOK SZORZÁSA ÉS OSZTÁSA

#### 16. Szorzás. A szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága

Egy négyzetrácsos lapra rajzolunk egy olyan téglalapot, melynek oldalai 5 cm és 3 cm. Ezt felosztjuk 1 cm-es oldalú négyzetekre (139. ábra). Hogyan számoljuk össze az így keletkezett négyzetek számát?



139. ábra

Például így is gondolkodhatunk. A téglalapot három sorra osztottuk fel, melyek mindegyikében 5 négyzet lesz. Ezért a keresett szám  $5 + 5 + 5 = 15$ . Az egyenlőség bal oldalán egyenlő összeadandók összege van. Mint ahogy már tudjátok, ezt az összeget rövidebben így írhatjuk le:  $5 \cdot 3 = 15$ . Tehát  $5 \cdot 3 = 15$ .

Az  $a \cdot b = c$  egyenlőségben az  $a$ -t **szorzandónak**<sup>1</sup>, a  $b$ -t **szorzónak**, a  $c$  számot és az  $a \cdot c$  kifejezést pedig **szorzatnak** nevezzük.

Fel lehet írni, hogy  $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$ .

Hasonlóan:

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3;$$

$$7 \cdot 4 = 7 + 7 + 7 + 7;$$

$$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$$

$$0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

Betűk segítségével így is felírhatjuk:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ db összeadandó}}.$$

***Az  $a$  és  $b$  szorzatának azt a számot nevezzük, amelyet az az összeg ad, amelyben az  $a$  szám  $b$ -szer szerepel összeadandóként.***

És ha  $b = 1$ ? Ekkor egy olyan összeadást kell megvizsgálni, amely egy összeadandóból áll, amely a matematikában nem szokásos. Ezért megállapodtak, hogy

<sup>1</sup> A szorzandót és a szorzót mondjuk még tényezőnek is.

$$a \cdot 1 = a$$

Ha  $b = 0$ , akkor úgy tekintjük, hogy

$$a \cdot 0 = 0$$

Nevezetesen

$$0 \cdot 0 = 0$$

Vizsgáljuk meg a következő szorzatokat:  $1 \cdot a$  és  $0 \cdot a$ , ahol az  $a$  természetes szám, mely nem egyenlő 1-gyel.

Ezt kapjuk:  $1 \cdot a = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{a \text{ db összeadandó}} = a$ ,

$$0 \cdot a = \underbrace{0+0+0+\dots+0}_{a \text{ db összeadandó}} = 0.$$

Most már egy ilyen következtetést is levonhatunk:

***Ha az egyik tényező 1-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel lesz egyenlő:***

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

***Ha az egyik tényező 0-val egyenlő, akkor a szorzat nullával lesz egyenlő:***

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Két, nullától különböző szám szorzata nem lehet nulla.

***Ha a szorzat nullával egyenlő, akkor legalább az egyik tényező nullával egyenlő.***

A 139. ábrán lévő négyzetek számát így számítottuk ki:  $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$ . Ezt a számítást más módszerrel is el lehet végezni. A téglalapot 5 oszlopra osztjuk, így mindegyikben három négyzet lesz. Ezért a keresett szám egyenlő lesz:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

A 139. ábrán lévő négyzetek megszámlálásának két módszere a **szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát** illusztrálja:

***a tényezők felcserélésével a szorzat nem változik.***

Ezt a tulajdonságot betűkifejezéssel így írhatjuk át:

$$ab = ba$$

Az elmúlt tanévben már megtanultad írásban (oszlopban) elvégezni a többjegyű számok szorzását kétjegyűvel. Hasonlóképpen lehet összeszorozni két tetszőleges többjegyű számot.

Például:

|  |  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--|--|---|--|---|---|---|---|---|---|---|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  |  |   |  |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  |  |   |  |   | 4 | 5 | 6 | 3 |   |   |  |  |   |   |   |   | 9 | 6 | 4 | 7 |
|  |  |   |  | × |   |   | 2 | 8 | 7 |   |  |  |   | × |   |   | 3 | 0 | 6 |   |
|  |  |   |  |   | 3 | 1 | 9 | 4 | 1 |   |  |  |   |   | 5 | 7 | 8 | 8 | 2 |   |
|  |  | + |  | 3 | 6 | 5 | 0 | 4 |   |   |  |  | + | 2 | 8 | 9 | 4 | 1 |   |   |
|  |  | + |  | 9 | 1 | 2 | 6 |   |   |   |  |  |   | 2 | 9 | 5 | 1 | 9 | 8 | 2 |
|  |  |   |  | 1 | 3 | 0 | 9 | 5 | 8 | 1 |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |

Ez a módszer azért kényelmes, mert ezzel csak egyjegyű számokkal kell szóban elvégezni a szorzásokat.

Nézzünk néhány olyan feladatot, melyben szorzást alkalmazunk.

**1. PÉLDA.** A kertben meggyfák, almáfák és körtéfák nőnek. A meggyfák száma 24, ami hatoda az almáfák számának, és 18-cal kevesebb, mint a körtéfák száma. Hány fa van összesen ebben a gyümölcsösben?

*Megoldás.* 1)  $24 \cdot 6 = 144$  (fa) – az almáfák száma.

2)  $24 + 18 = 42$  (fa) – a körtéfák száma.

3)  $24 + 144 + 42 = 210$  (fa) nő a kertben.

*Felelet:* 210 fa. ◀

**2. PÉLDA.** Az egyik városból ugyanabba az irányba egyidejűleg elindult egy teherautó, melynek sebessége 48 km/ó és egy személygépkocsi, melynek sebessége 64 km/ó. Mekkora a távolság köztük az indulástól számított 3 óra múlva?

*Megoldás.* 1)  $64 - 48 = 16$  (km) – ennyivel növekszik óránként a távolság köztük.

2)  $16 \cdot 3 = 48$  (km) – három óra múlva ennyi lesz a távolság a gépkocsik között.

*Felelet:* 48 km. ◀

**3. PÉLDA.** A egyik faluból egyidejűleg elindult egymással szemben egy lovas, melynek sebessége 14 km/ó volt és egy gyalogos 4 km/ó-s sebességgel. Mekkora a távolság köztük az indulástól számított 4 óra múlva?

*Megoldás.* 1)  $14 + 4 = 18$  (km) – ennyivel növekszik a lovas és a gyalogos között a távolság óránként.

2)  $18 \cdot 4 = 72$  (km) – a lovas és a gyalogos közötti távolság 4 óra múlva.

*Felelet:* 72 km. ◀

**4. PÉLDA.** Két kikötőből egyidejűleg elindult egymás felé két csónak, melyek 5 óra múlva találkoztak. Az egyik csónak 28 km/ó sebességgel haladt, a másik pedig 36 km/ó-val. Határozd meg a kikötők közötti távolságot!

*Megoldás.* 1)  $28 + 36 = 64$  (km) – óránként ennyivel csökkent a távolság a csónakok között.

2)  $64 \cdot 5 = 320$  (km) – a kikötők közötti távolság.

*Felelet:* 320 km. ◀



1. Mit nevezünk az  $a$  szám és az egytől különböző természetes  $b$  szám szorzatának?
2. Az  $a \cdot b = c$  egyenlőségben hogy nevezzük az  $a$  számot? A  $b$  számot? A  $c$  számot? Az  $a \cdot b$  kifejezést?
3. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 1?
4. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 0?
5. Milyen esetben lesz a szorzat értéke nulla?
6. Fogalmazd meg a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát!
7. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a felcserélhetőségi tulajdonságot?

### Szóban oldd meg!

1. Mivel egyenlő a következő összeg:  
1)  $20 + 20 + 20$ ;      2)  $12 + 12 + 12 + 12$ ;      3)  $7 + 7 + 7 + 7 + 7$ ?
2. Számítsd ki:  
1)  $6 + 4 \cdot 3 - 2$ ;      3)  $6 + 4 \cdot (3 - 2)$ ;  
2)  $(6 + 4) \cdot 3 - 2$ ;      4)  $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$ !
3. Határozd meg a 14 és a 6 szorzatát!
4. Növeld a 18-at 3-szorosan!
5. Határozd meg az egyenlő szárú háromszög szárát, ha a kerülete 12 cm-rel nagyobb, mint az alapja!
6. Állapítsd meg a háromszög típusát, ha két oldala 8 cm és 12 cm, a kerülete pedig 28 cm!
7. Határozd meg a négyzet kerületét, ha az 18 cm-rel nagyobb, mint egy oldalának hossza!
8. Létezik-e az  $a$ -nak olyan értéke, mely mellett teljesül a következő egyenlőség:  
1)  $a \cdot 5 = a$ ;    2)  $a \cdot 1 = a$ ;    3)  $a \cdot a = a$ ;    4)  $0 \cdot a = a$ ?

### Gyakorlatok

**390.°** Írd fel az összeget szorzat alakjában!

- 1)  $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$ ;      3)  $n + n + n + n + n + n + n$ ;
- 2)  $9 + 9 + 9 + 9 + 9$ ;      4)  $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{101 \text{ összeadandó}}$ ;



$$5) \underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_{m \text{ összeadandó}}$$

$$6) \underbrace{m + m + \dots + m}_{k \text{ összeadandó}}$$

**391.**° Végezd el a szorzást:

- |                      |                      |                        |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $516 \cdot 32$ ;  | 4) $314 \cdot 258$ ; | 7) $626 \cdot 480$ ;   |
| 2) $418 \cdot 46$ ;  | 5) $133 \cdot 908$ ; | 8) $1234 \cdot 567$ ;  |
| 3) $4519 \cdot 52$ ; | 6) $215 \cdot 204$ ; | 9) $2984 \cdot 4006$ ! |

**392.**° Végezd el a szorzást:

- |                      |                      |                        |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $706 \cdot 53$ ;  | 4) $591 \cdot 289$ ; | 7) $934 \cdot 260$ ;   |
| 2) $304 \cdot 29$ ;  | 5) $465 \cdot 506$ ; | 8) $2468 \cdot 359$ ;  |
| 3) $5245 \cdot 67$ ; | 6) $328 \cdot 406$ ; | 9) $1234 \cdot 2007$ ! |

**393.**° Számítsd ki:

- |                             |                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| 1) $704 \cdot 69 + 1424$ ;  | 5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$ ; |
| 2) $412 \cdot 42 - 7304$ ;  | 6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$ ;     |
| 3) $(938 - 543) \cdot 34$ ; | 7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$ ;   |
| 4) $85 \cdot (870 - 567)$ ; | 8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$ !   |

**394.**° Számítsd ki:

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) $603 \cdot 84 + 2536$ ; | 3) $64 \cdot 96 - 77$ ;   |
| 2) $318 \cdot 56 - 5967$ ; | 4) $64 \cdot (96 - 77)$ ! |

**395.**° Számítsd ki a kifejezések értékét:

- |                                |                                                      |
|--------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1) $17x + 432$ , ha $x = 58$ ; | 2) $(739 - x) \cdot y$ , ha $x = 554$ , $y = 4900$ ! |
|--------------------------------|------------------------------------------------------|

**396.**° Számítsd ki a kifejezések értékét:

- |                                |                                                      |
|--------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1) $976 - 24x$ , ha $x = 36$ ; | 2) $x \cdot 63 - y$ , ha $x = 367$ , $y = 19\,742$ ! |
|--------------------------------|------------------------------------------------------|

**397.**° Végezd el a szorzást:

- |                       |                      |                       |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $693 \cdot 100$ ;  | 3) $540 \cdot 20$ ;  | 5) $760 \cdot 350$ ;  |
| 2) $974 \cdot 1000$ ; | 4) $120 \cdot 400$ ; | 6) $460 \cdot 1800$ ! |

**398.**° Végezd el a szorzást:

- |                      |                          |                       |
|----------------------|--------------------------|-----------------------|
| 1) $214 \cdot 10$ ;  | 3) $10\,000 \cdot 546$ ; | 5) $580 \cdot 240$ ;  |
| 2) $100 \cdot 328$ ; | 4) $140 \cdot 80$ ;      | 6) $270 \cdot 3000$ ! |

**399.**° Az emberi szervezet normális működéséhez naponta 500 mg C-vitamin szükséges. Egy cigaretta elszívása 25 mg C-vitamint semmisít meg. Hány milligramm vitamint veszít az a személy, aki naponta 12 cigarettát szív el? Mennyi vitamin marad a szervezetében, ha ez a személy elfogyasztja a norma szerinti C-vitamin mennyiséget?

**400.**° Burattino, készülve az iskolához, 34 füzetet vásárolt 12 krajcárért darabját és 18 füzetet, melynek darabja 16 krajcár volt. Hány krajcárt fizetett Burattino a füzetekért?

**401.**° A farmon 78 tehén van, és mindegyikük 12 liter tejet ad naponta. A tejet a farmról 40 literes kannákban szállítják el. Az egyik napon a farmon 21 üres kanna volt. Elegendők lesznek-e ezek a kannák arra, hogy elszállítsák bennük az aznapi tejet?

- 402.° Cirmos cica 42 liter tejet adott el, literjét 96 kopijkáért és 16 kg sajtot, kilogrammját 2 hrivnyáért. Mennyi pénzt kapott a tejtermékekért Cirmos cica?
- 403.° Öt hónap alatt (májustól szeptemberig) a nyárfa 44 kg széndioxidot nyel el, egy tölgyfa pedig 28 kg-ot. Mennyivel több széndioxidot köt meg ez alatt az idő alatt 40 nyárfa, mint 40 tölgy?



Sevcsenko sétány Kijevben

- 404.° A túrázók a *Balaton* nevű hajón 14 órát utaztak 8 km/ó sebességgel és 23 órát gyalogoltak 4 km/ó sebességgel. A folyón vagy a szárazföldön tettek-e meg nagyobb távolságot, és hány kilométerrel?
- 405.° Jancsi a motorcsónakon 5 órán át 27 km/ó sebességgel suhant a folyón, majd 7 órán át 21 km/ó sebességgel a tavon. A folyón vagy a tavon tett meg többet és hány kilométerrel?
- 406.° Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $(318 \cdot 207 - 64 \cdot 934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$ ;
  - 2)  $869 \cdot (61 \cdot 124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74$ !
- 407.° Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $(214 \cdot 104 + 7544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$ ;
  - 2)  $647 \cdot (36 \cdot 900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92$ !
- 408.° Az egyik kikötőből a másikba egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 28 km/ó, a motorcsónak sebessége pedig 36 km/ó volt. Mekkora a köztük lévő távolság 5 órával az indulás után?
- 409.° Az egyik faluból egyirányba, egyszerre két kerékpáros indult el. Az egyik sebessége 12 km/ó volt, a másiké pedig 9 km/ó. Mekkora lesz a köztük lévő távolság 6 órával az indulás után?

- 410.\*** Egy állomásról ellenkező irányba, egyszerre indult el két vonat. Az egyik sebesség 64 km/ó, a másiké pedig 57 km/ó. Mekkora lesz a köztük lévő távolság 9 órával az indulás után?
- 411.\*** Az egyik városból ellenkező irányba, egyszerre két gépkocsi indult el. Az egyik sebessége 74 km/ó volt, ami 8 km/ó-val több a másikénál. Mekkora a köztük lévő távolság 7 órával az indulás után?
- 412.\*** Konotop és Szmila városokból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy személygépkocsi. A kerékpáros sebessége 11 km/ó volt, a személygépkocsié ennél 7-szer több. Határozd meg a városok közötti távolságot, ha a gépkocsi és a kerékpáros az indulás után 4 órával találkozott!
- 413.\*** Két faluból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy gyalogos. A gyalogos 3 km/ó sebességgel haladt, ami negyede a kerékpáros sebességének. Határozd meg a két falu közötti távolságot, ha a kerékpáros és a gyalogos az indulásuk után 3 óra múlva találkoztak!
- 414.\*** Igaz-e hogy két természetes szám szorzata mindig nagyobb az összegüknél?
- 415.\*** Hogyan változik meg két természetes szám szorzata, ha:
- 1) az egyik tényezőt 8-szorosára növeljük;
  - 2) az egyik tényezőt ötödére csökkentjük;
  - 3) mindegyik tényezőt 6-szorosára növeljük;
  - 4) az egyik tényezőt 13-szorosára, a másikat pedig 40-szeresére növeljük;
  - 5) az egyik tényezőt 12-szeresére növeljük, a másikat pedig harmadára csökkentjük?
- 416.\*\*** Két tanyáról, melyek között a távolság 3 km, egyidejűleg indult el két gyalogos egymás felé. Az egyik sebessége 5 km/ó, a másiké pedig 4 km/ó. Mekkora a köztük lévő távolság 2 órával az indulás után?
- 417.\*\*** A csillagok helyére íratok olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r} 43 \\ \times 2* \\ \hline 3*4 \\ + 8* \\ \hline 12*4; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \begin{array}{r} 52 \\ \times ** \\ \hline 1** \\ + **8 \\ \hline **8*; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \begin{array}{r} *8 \\ \times * \\ \hline 8**; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \begin{array}{r} 6* \\ \times *** \\ \hline *** \\ + ** \\ \hline ***6! \end{array} \end{array}$$

**418.\*\*** A csillagok helyére írjatok olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times \begin{array}{c} * 7 \\ 6 * \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 5 1 * \\ + * * * \\ \hline * * * 3; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times \begin{array}{c} 7 4 \\ * * \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} * 1 * \\ + * * * \\ \hline * * * 8; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times \begin{array}{c} 5 2 \\ * * \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} * * \\ + * * \\ \hline * * *; \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times \begin{array}{c} * * * \\ * 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} * 0 8 \\ + * 6 * \\ \hline * 1 2 *! \end{array} \end{array}$$

**419.\*\*** Négy természetes szám összege és szorzata is 8. Melyek ezek a számok?

**420.\*** Az  $1 * 2 * 3 * 4 * 5$  kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „-” műveleti jellel, és tegyél zárójeleket is úgy, hogy a kapott kifejezés értéke 100 legyen!

**421.\*** Az  $1 * 2 * 3 * 4$  kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „-” műveleti jellel úgy, hogy a kapott kifejezés értéke a lehető legnagyobb legyen! Mekkora ez a szám?

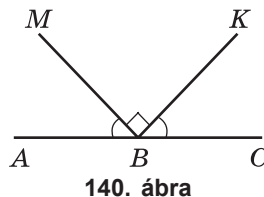
### Ismétlő gyakorlatok

**422.** Határozd meg az  $ABM$  szög mértékét (140. ábra), ha az  $MBK\angle$  derékszög és  $ABM\angle = CBK\angle$ !

**423.** Az  $ABC$  szög egyenlő  $72^\circ$ , a  $BD$  félegyenese az  $ABC$  szögfelezője, a  $BE$  félegyenese pedig az  $ABD$  szög szögfelezője. Számítsd ki a  $CBE$  szög mértékét!

**424.** Az  $a = b : 4 - 6$  képlet segítségével határozd meg az  $a$  értékét, ha: 1)  $b = 600$ ; 2)  $b = 64$ ; 3)  $b = 24$ !

**425.** A háromszög első és második oldalának összege 33 cm, az első és a harmadiké 9 cm, a második és harmadiké pedig 42 cm. Határozd meg a háromszög területét!



### Bölcs Bagoly feladványa

- 426.** 1) Rakj ki 10 gyufaszázból három négyzetet!  
 2) Rakj ki 19 gyufaszázból hat négyzetet!  
 3) Melyik három gyufaszálat kell elvenni ahhoz (141. ábra), hogy öt négyzet maradjon?



141. ábra

### 17. A szorzás csoportosítási és széttagolási tulajdonsága

Egy kockás füzetlapra rajzolunk egy téglalapot, melynek oldala 5 cm és 3 cm. Osszuk fel a téglalapot 1 cm oldalhosszúságú négyzetekre (142. ábra), majd számoljuk meg, hány négyzet van a téglalapban. Ezt a következőképpen tehetjük meg.

Az 1 cm-es oldalú négyzetekből  $5 \cdot 3$  van. Mindegyik ilyen négyzet 4 darab kis négyzetet tartalmaz. Ezért összesen  $(5 \cdot 3) \cdot 4$  kis négyzet van.

A feladatot másképpen is megoldhatjuk. Mindegyik oszlopban három 1 cm-es oldalú négyzet van. Ezért ezek az oszlopok  $3 \cdot 4$  kis négyzetet tartalmaznak. Tehát kis négyzetekből összesen  $5 \cdot (3 \cdot 4)$  van.

A 142. ábrán a kis négyzetek számának meghatározása látható kétféle módszerrel, amivel illusztrálni lehet a **szorzás csoportosítási tulajdonságát** az 5, 3 és 4 számokra. A következőt kaptuk:  $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$ .

*Két szám szorzatát egy harmadik számmal úgy is megszorozhatjuk, hogy az első számot megszorozzuk a második és a harmadik szám szorzatával.*

Általános alakban, a matematika nyelvén ezt a tulajdonságot így írhatjuk át:

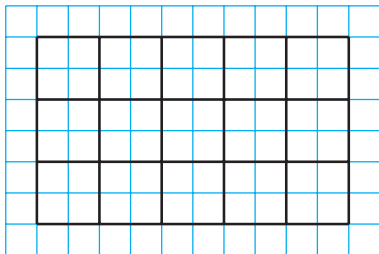
$$(ab)c = a(bc)$$

A szorzás felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságaiból következik, hogy *néhány szám szorzásánál a tényezőket felcserélhetjük, és a zárójeleket alkalmazva megadhatjuk a műveletek sorrendjét.*

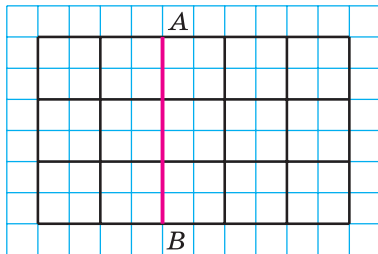
Például a következő egyenlőség is igaz lesz:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$



142. ábra



143. ábra

A 143. ábrán az  $AB$  szakasz egy téglalapra és egy négyzetre bontja a téglalapot.

Így aztán még egy módot kaptunk az 1 cm-es oldalú négyzetek számának megállapítására: a négyzetben  $3 \cdot 3$ , a téglalapban  $2 \cdot 3$  ilyen négyzet van. Összesen tehát  $3 \cdot 3 + 2 \cdot 3$  négyzetünk van. Másrészt az adott téglalap három sorának mindegyikében  $2 + 3$  négyzet van. Akkor a négyzetek száma összesen:  $3 \cdot (3 + 2)$ .

A  $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$  egyenlőség illusztrálja a **szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát**.

*Számot összeggel úgy is megszorozhatunk, hogy e számot megszorozzuk az összeadandók mindegyikével, majd a kapott szorzatokat összeadjuk.*

Általános alakban, betűkifejezéssel így írhatjuk fel:

$$a(b + c) = ab + ac$$

A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságából következik, hogy

$$ab + ac = a(b + c).$$

Ez az egyenlőség lehetőséget ad arra, hogy a téglalap  $P = 2a + 2b$  kerületképletét a következő alakba írjuk át:

$$P = 2(a + b).$$

Megjegyezzük, hogy a széttagolási tulajdonságot alkalmazhatjuk három és annál több összeadandóra is. Például:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

A **szorzás széttagolási törvénye a kivonásra** is teljesülni fog: ha  $b > c$  vagy  $b = c$ , akkor

$$a(b - c) = ab - ac$$

**1. PÉLDA.** Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

1)  $25 \cdot 867 \cdot 4$ ;

2)  $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$ !

*Megoldás.* 1) Alkalmazzuk először a szorzás felcserélhetőségi, majd a csoportosítási tulajdonságát:

$$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700.$$

2) A következőt kapjuk:  $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\,000$ . ◀

**2. PÉLDA.** Számítsd ki a legegyszerűbb módon: 1)  $4a \cdot 3b$ ; 2)  $18m - 13m$ !

*Megoldás.* 1) Alkalmazzuk először a szorzás felcserélhetőségi, majd a csoportosítási tulajdonságát:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

2) Alkalmazva a szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási törvényét, a következőt kapjuk:

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. \quad \blacktriangleleft$$

**3. PÉLDA.** Írd át az  $5(2m + 7)$  kifejezést úgy, hogy ne tartalmazzon zárójeleket!

*Megoldás.* A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága szerint:

$$5(2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35. \quad \blacktriangleleft$$

Az ilyen átalakítást **zárójel felbontásnak** nevezzük.

**4. PÉLDA.** Számítsd ki a legegyszerűbb módszer szerint  $125 \cdot 24 \cdot 283$ !

*Megoldás.* A következőt kaptuk:

$$\begin{aligned} 125 \cdot 24 \cdot 283 &= 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 = \\ &= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\,000. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

**5. PÉLDA.** Végezd el a szorzást: 3 nap 18 ó  $\cdot$  6!

*Megoldás.* A következőt kaptuk:

$$3 \text{ nap } 18 \text{ ó} \cdot 6 = 18 \text{ nap } 108 \text{ ó} = 22 \text{ nap } 12 \text{ ó}. \quad \blacktriangleleft$$

A megoldás során a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát alkalmaztuk:

$$\begin{aligned} 3 \text{ nap } 18 \text{ ó} \cdot 6 &= (3 \text{ nap} + 18 \text{ ó}) \cdot 6 = 3 \text{ nap} \cdot 6 + 18 \text{ ó} \cdot 6 = \\ &= 18 \text{ nap} + 108 \text{ ó} = 18 \text{ nap} + 96 \text{ ó} + 12 \text{ ó} = \\ &= 18 \text{ nap} + 4 \text{ nap} + 12 \text{ ó} = 22 \text{ nap } 12 \text{ ó}. \end{aligned}$$



1. Fogalmazd meg a szorzás csoportosítási tulajdonságát!
2. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás csoportosítási tulajdonságát?
3. Fogalmazd meg a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát!
4. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonságát?

### Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!



2. A 3 és a 8 számok szorzatát szorozd meg 100-zal!
3. A 3-at szorozd meg a 8 és a 100 szorzatával!
4. Határozd meg a 8 és a 7 összegének 6-tal való szorzatát!
5. Határozd meg a 8 és a 6 valamint a 7 és a 6 számok szorzatainak összegét!
6. Meg lehet-e adni a 6-ot a 100 tényező szorzataként?
7. A keltetőben 1000 tojás volt. Mindegyik 100 tojásból 95 csirke kelt ki. Hány csirke kelt ki összesen?

## Gyakorlatok

427.° Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2 \cdot 328 \cdot 5$ ;  | 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$ ; | 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$ ; |
| 2) $125 \cdot 43 \cdot 8$ ; | 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$ ;   | 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$ !  |

428.° Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- |                            |                              |                             |
|----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $4 \cdot 17 \cdot 25$ ; | 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$ ; | 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$ ; |
| 2) $5 \cdot 673 \cdot 2$ ; | 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$ ;    | 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$ !  |

429.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

- |                    |                           |                                           |
|--------------------|---------------------------|-------------------------------------------|
| 1) $13 \cdot 2a$ ; | 4) $28 \cdot y \cdot 5$ ; | 7) $27m \cdot 3n$ ;                       |
| 2) $9x \cdot 8$ ;  | 5) $6a \cdot 8b$ ;        | 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$ ; |
| 3) $23 \cdot 4b$ ; | 6) $11x \cdot 14y$ ;      | 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$ !              |

430.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

- |                    |                     |                              |
|--------------------|---------------------|------------------------------|
| 1) $12 \cdot 3x$ ; | 3) $5a \cdot 7b$ ;  | 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$ ;  |
| 2) $10x \cdot 6$ ; | 4) $8m \cdot 12n$ ; | 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$ ! |

431.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

- |                                    |                                                  |
|------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$ ; | 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$ ;             |
| 2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$ ; | 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$ ! |

432.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

- |                                    |                                                |
|------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$ ; | 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$ ;           |
| 2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$ ; | 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$ ! |

433.° Bontsd fel a zárójeleket:

- |                  |                         |                                  |
|------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 1) $2(a + 5)$ ;  | 4) $(c - 9) \cdot 11$ ; | 7) $7(6a + 8b)$ ;                |
| 2) $8(7 - x)$ ;  | 5) $(8 + y) \cdot 16$ ; | 8) $10(2m - 3n + 4k)$ ;          |
| 3) $12(x + y)$ ; | 6) $15(4a - 3)$ ;       | 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$ ! |

434.° Bontsd fel a zárójeleket:

- |                 |                        |                           |
|-----------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $4(a + 2)$ ; | 3) $(p - q) \cdot 9$ ; | 5) $5(2m - 1)$ ;          |
| 2) $3(m - 5)$ ; | 4) $12(a + b)$ ;       | 6) $(3c + 5d) \cdot 14$ ! |

435.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

- |                  |                |                       |
|------------------|----------------|-----------------------|
| 1) $6a + 8a$ ;   | 3) $m + 29m$ ; | 5) $4x + 13x + 15x$ ; |
| 2) $28c - 15c$ ; | 4) $98p - p$ ; | 6) $67z - 18z + 37$ ! |

436.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:

- |                  |                 |                        |
|------------------|-----------------|------------------------|
| 1) $13b + 19b$ ; | 3) $34n + n$ ;  | 5) $36y - 19y + 23y$ ; |
| 2) $44d - 37d$ ; | 4) $127q - q$ ; | 6) $49a + 21a + 30$ !  |

437.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:

- |                                              |                                              |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1) $25x \cdot 4y$ , ha $x = 12$ , $y = 11$ ; | 2) $8k \cdot 125c$ , ha $k = 58$ , $c = 8$ ! |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------|

438.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:

- |                                             |                                              |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1) $5a \cdot 20b$ , ha $a = 4$ , $b = 68$ ; | 2) $4m \cdot 50n$ , ha $m = 22$ , $n = 34$ ! |
|---------------------------------------------|----------------------------------------------|

439.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

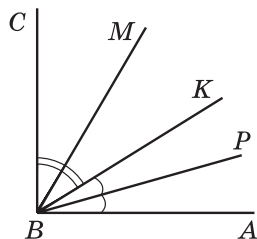
- |                                          |                                         |
|------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1) $398 \cdot 36 + 36b$ , ha $b = 602$ ; | 2) $986b - 86 \cdot 83$ , ha $b = 83$ ! |
|------------------------------------------|-----------------------------------------|



- 440.\*** Számítsd ki a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:  
 1)  $631 \cdot 18 + x \cdot 369$ , ha  $x = 18$ ; 2)  $58a - 58 \cdot 824$ , ha  $a = 1024$ !
- 441.\*** Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:  
 1)  $13p + 37p$ , ha  $p = 14$ ;  
 2)  $72b - 43b$ , ha  $b = 54$ ;  
 3)  $38x + 17x - 54x + x$ , ha  $x = 678$ ;  
 4)  $86c - 35c - c + 296$ , ha  $c = 47$ !
- 442.\*** Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket, és határozd meg az értéküket:  
 1)  $34x + 66x$ , ha  $x = 8$ ;  
 2)  $54a - 39a$ , ha  $a = 26$ ;  
 3)  $18m - 5m + 7m$ , ha  $m = 394$ ;  
 4)  $19z - 12z + 33z - 192$ , ha  $z = 82$ !
- 443.\*** Számítsd ki a legegyszerűbb módon:  
 1)  $16 \cdot 25$ ; 2)  $25 \cdot 8 \cdot 5$ ; 3)  $15 \cdot 12$ ; 4)  $375 \cdot 24$ !
- 444.\*** Számítsd ki a legegyszerűbb módon:  
 1)  $25 \cdot 4 \cdot 6$ ; 2)  $125 \cdot 25 \cdot 32$ ; 3)  $75 \cdot 36$ ; 4)  $96 \cdot 50$ !
- 445.\*\*** Számítsd ki a kifejezések értékét, felhasználva a szorzás széttagolási szabályát:  
 1)  $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$ ; 2)  $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$ !
- 446.\*\*** Számítsd ki a kifejezések értékét, felhasználva a szorzás széttagolási szabályát:  
 1)  $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$ ; 2)  $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$ !
- 447.\*\*** Végezd el a szorzást:  
 1) 2 km 56 m  $\cdot$  68; 3) 4 km 90 m  $\cdot$  43; 5) 3 ó 48 perc  $\cdot$  25;  
 2) 7 hrn. 9 kop.  $\cdot$  54; 4) 3 t 5 q 65 kg  $\cdot$  8; 6) 5 ó 12 perc 36 mp  $\cdot$  15!
- 448.\*\*** Végezd el a szorzást:  
 1) 8 q 26 kg  $\cdot$  27; 3) 6 t 45 kg  $\cdot$  82; 5) 7 perc 5 mp  $\cdot$  24;  
 2) 14 hrn. 80 kop.  $\cdot$  406; 4) 5 m 8 cm  $\cdot$  42; 6) 4 nap 6 ó  $\cdot$  12!
- 449.\*\*** Hány nullára fog végződni az:  
 1) 1-től 10-ig; 3) 10-től 30-ig;  
 2) 15-től 24-ig; 4) 1-től 100-ig  
 terjedő természetes számok szorzata?

### Ismétlő gyakorlatok

- 450.** Az  $ABC$  szög derékszög, a  $BP$  félegyenes az  $ABK$  szög szögfelezője, a  $BM$  félegyenes pedig a  $CBK$  szög szögfelezője (144. ábra). Mekkora az  $MBP$  szög fokmértéke?
- 451.** Az udvarban kiscicák és csirkék futkároztak. Összesen 14 fejük és 38 lábuk volt. Hány csirke és hány kiscica futkározott az udvaron?



144. ábra

452. A két felnőttből és egy gyermekből álló család vonattal is és autóval is el tud jutni az üdülőbe. Egy felnőttnek a vonatjegy 870 hrvnyába kerül, a gyermekjegy pedig kétszer kevesebbe. A család gépkocsija 12 liter benzint fogyaszt 100 km-en, és egy liter benzin ára 26 hrvnya. Az üdülőig a távolság 600 km. Melyik közlekedési eszközzel tud ez a család olcsóbban eljutni az üdülőig?



### Bölcs Bagoly feladványa

453. Az 5. osztályban három barát tanul: Misi, Dani és Sanyi. Az egyik szeret futballozni, a másik úszni, a harmadik pedig boksizolni. A futballistának nincs se fiú-, se lánytestvére, és ő a legfiatalabb köztük. Misi idősebb a boksizolónál, és Dani húgával is barátkozik. Milyen sportot űz mindegyikük?

## 18. Az osztás

Az osztás műveletét a szorzásra tudjuk visszavezetni. Például az 51-et elosztani 17-tel azt jelenti, hogy megkeressük azt a számot, melynek a 17-tel való szorzata 51-gyel egyenlő. Ezt kapjuk:  $17 \cdot 3 = 51$ , vagyis  $51 : 17 = 3$ .

Általános alakban: az  $a$ ,  $b$  és  $c$  természetes számokra az  $a : b = c$  egyenlőség akkor teljesül, ha  $b \cdot c = a$ .

Megvizsgálunk még néhány példát:

$$168 : 12 = 14, \text{ mivel } 12 \cdot 14 = 168;$$

$$1197 : 21 = 57, \text{ mivel } 21 \cdot 57 = 1197.$$

Az  $a : b = c$  egyenlőségben az  $a$  számot **osztandónak**, a  $b$ -t **osztónak**, a  $c$  számot és az  $a : b$  kifejezést pedig **hányadosnak** nevezzük.

Az  $a : b$  hányados azt mutatja meg, hogy hányszor nagyobb az  $a$  szám a  $b$  számnál, vagy hányszor kisebb a  $b$  szám az  $a$ -nál.

Kiszámíthatjuk-e például a  $11 : 0$  hányadost? Tételezzük fel, hogy létezik ilyen hányados és az valamely  $c$  szám. Ekkor teljesülnie kell  $a \cdot c = 11$  egyenlőségnek, csak hogy már tudjuk, hogy  $0 \cdot c = 0$ . Tehát  $11 : 0$  hányados nem számítható ki.

Ki lehet-e számítani a  $0 : 0$  hányadost? Legyen  $0 : 0 = c$ . Ekkor  $0 \cdot c = 0$ . Ez az egyenlőség bármilyen  $c$  számra teljesülni fog. Ez azt jelenti, hogy a  $0 : 0$  számkifejezés értéke bármilyen szám lehet, vagyis az ilyen hányadost nem lehet kiszámítani.

Tehát levonhatjuk az alábbi következtetést: **nullával osztani nem lehet**.

Ezzel együtt, mivel az  $a \cdot 0 = 0$ , ezért bármilyen természetes  $a$  számra teljesül a következő egyenlőség:

$$0 : a = 0$$

Bármilyen természetes  $a$  számra teljesülnek a következő egyenlőségek:

$$\begin{aligned} a : a &= 1 \\ a : 1 &= a \end{aligned}$$

Ezeket az egyenlőségeket könnyen ellenőrizhetjük a szorzás segítségével. Győződjetek meg erről önállóan.

Már el tudtok többjegyű számot kétjegyűvel írásban osztani. Hasonlóan történik bármilyen többjegyű számmal való osztás is, például:

|  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|  | 2 | 4 | 4 | 9 | 4 | 4 | 3 | 2 | 4 |  | 7 | 4 | 3 | 4 | 1 | 9 | 0 | 1 | 2 | 3 | 8 |  |
|  | 2 | 2 | 6 | 8 |   |   | 7 | 5 | 6 |  | 7 | 4 | 2 | 8 |   |   |   | 6 | 0 | 0 | 5 |  |
|  |   | 1 | 8 | 1 | 4 |   |   |   |   |  |   | 6 | 1 | 9 | 0 |   |   |   |   |   |   |  |
|  |   | 1 | 6 | 2 | 0 |   |   |   |   |  |   | 6 | 1 | 9 | 0 |   |   |   |   |   |   |  |
|  |   |   | 1 | 9 | 4 | 4 |   |   |   |  |   |   |   |   |   | 0 |   |   |   |   |   |  |
|  |   |   | 1 | 9 | 4 | 4 |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|  |   |   |   |   |   | 0 |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

**1. PÉLDA.** Oldd meg az egyenletet:  $12x = 84$ !

*Megoldás.* Alkalmazzuk az ismeretlen szorzótényező meghatározásának szabályát: **ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen tényezőt, a szorzatot el kell osztani az ismert tényezővel.**

Ezt kapjuk:  $x = 84 : 12$ ;  
 $x = 7$ .

*Felelet:* 7. ◀

**2. PÉLDA.** Oldd meg az egyenletet:  $x : 21 = 16$ !

*Megoldás.* Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: **ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztandót, az osztót meg kell szorozni a hányadossal.**

Ezt kapjuk:  $x = 21 \cdot 16$ ;  
 $x = 336$ .

*Felelet:* 336. ◀

**3. PÉLDA.** Oldd meg az egyenletet:  $576 : x = 18$ !

*Megoldás.* Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: **ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztót, az osztandót el kell osztani a hányadossal.**

Ezt kapjuk:  $x = 576 : 18$ ;  
 $x = 32$ .

*Felelet:* 32. ◀

**4. PÉLDA.** A motorcsónak a két kikötő közötti távolságot, amely 64 km, az árral szemben 8 óra alatt tette meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot ellenkező irányában, ha a vízfolyás sebessége 4 km/ó?

*Megoldás.* 1)  $64 : 8 = 8$  (km/ó) – a csónak sebessége az árral szemben.

2)  $8 + 4 = 12$  (km/ó) – a csónak saját sebessége.

3)  $12 + 4 = 16$  (km/ó) – a csónak sebessége a vízfolyás irányában.

4)  $64 : 16 = 4$  (ó) – a mozgás ideje a vízfolyás irányában.

*Felelet:* 4 óra. ◀

**5. PÉLDA.** Két városból, melyek között a távolság 588 km, két gépkocsi indult el egymás felé. Az indulástól számítva 6 óra múlva találkoztak. Az egyik gépkocsi sebessége 46 km/ó. Határozd meg a másik gépkocsi sebességét!

*Megoldás.* 1)  $588 : 6 = 98$  (km) – ennyivel csökkent a köztük lévő távolság óránként.

2)  $98 - 46 = 52$  (km/ó) – a második gépkocsi sebessége.

*Felelet:* 52 km/ó. ◀



**6. PÉLDA.** Két falu között a távolság 24 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg indult el ugyanabba az irányba egy gyalogos és egy kerékpáros. Elöl a gyalogos haladt. Hány óra múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost, ha a gyalogos 4 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt?

*Megoldás.* 1)  $12 - 4 = 8$  (km) – ennyivel csökken óránként a távolság a kerékpáros és a gyalogos között.

2)  $24 : 8 = 3$  (ó) – ennyi idő alatt éri utol a kerékpáros a gyalogost.

*Felelet:* 3 óra. ◀

**7. PÉLDA.** Jancsi 3-szor több feladatot oldott meg algebrából, mint mértanból. Hány feladatot oldott meg Jancsi mértanból, ha tudjuk, hogy mértanból 18-cal kevesebbet oldott meg, mint algebrából?

*Megoldás.* Legyen  $x$  a Jancsi által megoldott mértanfeladatok száma, akkor algebrából  $3x$  feladatot oldott meg. Mivel a feladat feltétele szerint az  $x$  18-cal kevesebb, mint  $3x$ , ezért  $3x - x = 18$ .

Ekkor:  $2x = 18$ .

Innen  $x = 18 : 2$ ;

$x = 9$ .

*Felelet:* 9 feladatot. ◀

**8. PÉLDA.** Három farmer – Gábor, Miklós és Zoltán – a földjeikről összesen 600 kg földiepret szüreteltek. Miklós kétszer többet szedett, mint Gábor, Zoltán pedig 128 kg-mal többet, mint Gábor. Hány kilogramm földiepret szedett mindegyikük?

*Megoldás.* Tegyük fel, hogy Gábor  $x$  kg-ot szedett, akkor Miklós  $2x$  kg-ot, Zoltán pedig  $(x + 128)$  kg-ot. Mivel együtt 600 kg-ot szedtek, így felállítjuk a következő egyenletet:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Tehát

$$4x + 128 = 600;$$

$$4x = 600 - 128;$$

$$4x = 472;$$

$$x = 472 : 4;$$

$$x = 118.$$

Tehát Gábor 118 kg földiepret szedett, Miklós  $2 \cdot 118 = 236$  kg-ot, Zoltán pedig  $118 + 128 = 246$  kg-ot.

*Felelet:* 118 kg, 236 kg, 246 kg. ◀



1. Mit jelent az  $a$  számot a  $b$ -vel elosztani?
2. Az  $a : b = c$  egyenlőségben hogy nevezzük az  $a$  számot? A  $b$  számot? Az  $a : b$  kifejezést?
3. Mit értünk két szám hányadosán?
4. Milyen számmal nem lehet osztani?
5. Mivel egyenlő a 0 és bármilyen természetes szám hányadosa?
6. Mivel egyenlő az  $a : a$  hányados, ahol  $a \neq 0$ ?
7. Mivel egyenlő az  $a : 1$  hányados?
8. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen tényezőt?
9. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztandót?
10. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztót?

### Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!



2. Végezd el az osztást:

1)  $432 : 4$ ;      2)  $609 : 3$ ;      3)  $3600 : 6$ ;      4)  $1500 : 50$ !

3. Nevezd meg a következő szorzatok közül a legnagyobbat:  
 1)  $239 \cdot 4 \cdot 25$ ; 3)  $10 \cdot 239 \cdot 10$ ;  
 2)  $239 \cdot 20 \cdot 4$ ; 4)  $239 \cdot 10 \cdot 12$ !
4. A Sanyit üldöző Peti 180 m/perc sebességgel szalad. Milyen gyorsan fut Sanyi, ha 12 m/perc sebességgel közeledik Peti felé?
5. Két gépkocsi egymással szembe halad. Az egyik sebessége 74 km/ó. Mekkora a másik gépkocsi sebessége, ha azok 150 km/ó sebességgel közelednek egymáshoz?
6. Ahhoz, hogy az ember egészséges legyen, naponta testtömegének 4 kg-jára számítva el kell fogyasztania 3 g fehérjét. Mennyi fehérjét kell bevinni a szervezetébe egy 36 kg tömegű gyereknek?
7. Létezik-e olyan  $a$  érték, amely mellett az egyenlőség igaz:  
 1)  $a : 9 = 0$ ; 2)  $16 : a = 0$ ; 3)  $a : a = 0$ ; 4)  $0 : a = 5$ ?

### Gyakorlatok

- 454.° Ismert, hogy  $243 \cdot 425 = 103\ 275$ . Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:  
 1)  $103\ 275 : 243$ ; 2)  $103\ 275 : 425$ ?
- 455.° Ismert, hogy  $4608 : 48 = 96$ . Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:  
 1)  $96 \cdot 48$ ; 2)  $4608 : 96$ ?
- 456.° Töltsd ki a táblázatot!

|          |     |    |    |     |     |     |     |      |
|----------|-----|----|----|-----|-----|-----|-----|------|
| Osztandó | 320 | 96 |    | 0   |     | 945 | 637 | 3232 |
| Osztó    | 40  |    | 6  | 264 | 128 | 1   |     | 16   |
| Hányados |     | 8  | 14 |     | 0   |     | 1   |      |

- 457.° Végezd el az osztást:  
 1)  $1548 : 36$ ; 4)  $3672 : 34$ ; 7)  $16\ 320 : 48$ ;  
 2)  $2668 : 58$ ; 5)  $15\ 552 : 72$ ; 8)  $906\ 192 : 126$ ;  
 3)  $5562 : 18$ ; 6)  $16\ 728 : 68$ ; 9)  $942\ 866 : 178$ !
- 458.° Végezd el az osztást:  
 1)  $2812 : 74$ ; 4)  $9384 : 46$ ; 7)  $63\ 378 : 63$ ;  
 2)  $1248 : 24$ ; 5)  $18\ 526 : 59$ ; 8)  $153\ 216 : 38$ ;  
 3)  $6565 : 13$ ; 6)  $15\ 652 : 26$ ; 9)  $1\ 334\ 504 : 214$ !
- 459.° Végezd el az osztást:  
 1)  $34\ 250\ 000 : 10$ ; 5)  $25\ 600 : 800$ ;  
 2)  $34\ 250\ 000 : 1000$ ; 6)  $2\ 430\ 000 : 180$ ;  
 3)  $34\ 250\ 000 : 10\ 000$ ; 7)  $2\ 430\ 000 : 1800$ ;  
 4)  $25\ 600 : 80$ ; 8)  $2\ 430\ 000 : 18\ 000$ !

**460.**° Végezd el az osztást:

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1) $32\ 596\ 800 : 10$ ;  | 4) $450\ 000 : 150$ ;          |
| 2) $876\ 900 : 100$ ;     | 5) $36\ 000 : 12\ 000$ ;       |
| 3) $240\ 000 : 10\ 000$ ; | 6) $124\ 360\ 000 : 40\ 000$ ! |

**461.**° Végezd el a műveleteket:

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1) $256 + 144 : 16 - 8$ ;     | 3) $(256 + 144) : 16 - 8$ ; |
| 2) $(256 + 144) : (16 - 8)$ ; | 4) $256 + 144 : (16 - 8)$ ! |

**462.**° Határozd meg a kifejezések értékét:

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$ ; | 2) $2808 : 72 + 15\ 808 : 52$ ! |
|--------------------------------|---------------------------------|

**463.**° Határozd meg a kifejezések értékét:

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$ ; | 2) $18\ 144 : 84 - 2924 : 68$ ! |
|--------------------------------|---------------------------------|

**464.**° Oldd meg az egyenleteket:

- |                         |                       |                     |
|-------------------------|-----------------------|---------------------|
| 1) $13x = 195$ ;        | 3) $11x + 6x = 408$ ; | 5) $x : 19 = 26$ ;  |
| 2) $x \cdot 18 = 468$ ; | 4) $33m - m = 1024$ ; | 6) $476 : x = 14$ ! |

**465.**° Oldd meg az egyenleteket:

- |                         |                         |                     |
|-------------------------|-------------------------|---------------------|
| 1) $19x = 95$ ;         | 3) $38x - 16x = 1474$ ; | 5) $x : 25 = 16$ ;  |
| 2) $x \cdot 22 = 132$ ; | 4) $y + 27y = 952$ ;    | 6) $324 : x = 27$ ! |

**466.**° A papírgyártáshoz használt 1 db fa 60 kg papírhulladékkal helyettesíthető. Hány fát mentenek meg az iskola tanulói azzal, ha 520 diák mindegyike 3 kg papírhulladékot gyűjt?

**467.**° A versenyző két falu közötti távolságot 5 óra alatt teszi meg, ha 12 km/ó sebességgel halad. Mekkora sebességgel kell rendelkeznie, ha ezt a távolságot 4 óra alatt szeretné megtenni?

**468.**° Az iskola 8 kg kekszet vásárolt, 72 hrvinyáért kilogrammját. Hány kilogrammot vásárolhat ezért az összegért a 48 hrvinyás kekszből?

**469.**° Határozd meg a kifejezések értékét:

- |                                                    |
|----------------------------------------------------|
| 1) $82\ 275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\ 637$ ; |
| 2) $(204 \cdot 402 - 30\ 456 : 423) : 36 - 1388$ ; |
| 3) $1376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$ !    |

**470.**° Határozd meg a kifejezések értékét:

- |                                                    |
|----------------------------------------------------|
| 1) $49\ 184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\ 999$ ; |
| 2) $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5780$ ;  |
| 3) $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$ !    |

**471.**° Pom Pom vásárolt Gombóc Artúrnak 8 süteményt és 12 lekváros zsemlét. Az egész vásárlásért 408 koronát fizetett. Egy sütemény ára 24 korona. Hány koronába kerül egy zsemle?

**472.**° Törpapa 6 hordó savanyú káposztát és 14 hordó sós uborkát készletezett télire. Egy hordóba 26 kg káposztát taposott be. Hány

kilogramm uborka fér egy hordóba, ha az öregapó összesen 324 kg savanyúságot készletezett télire?

473.\* Hány kilogramm vaj készíthető 261 kg tejszínből, ha 2 kg vaj elkészítéséhez 9 kg tejszín szükséges?

474.\* Péter bácsinak *Tavrija* személygépkocsija van. Elegendő lesz-e 28 l benzin, hogy eljusson Kijevből Poltavába, melyek között 337 km a távolság, ha az autó fogyasztása 100 kilométeren 7 liter?

475.\* Kotkoda 328 kg kölest gyűjtött. Mennyi lisztet kap ebből a mennyiségből, ha 4 kg kölesből 3 kg liszt nyerhető?

476.\* Két kikötő között 476 km a távolság. Az ár irányában a motorcsónak ezt az utat 14 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot árral szemben, ha a víz sebessége 3 km/ó?

477.\* Két kikötő között 504 km a távolság. Árral szemben ezt az utat a gőzmotoros hajó 21 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg a folyón ezt az utat az ár irányában, ha a vízfolyás sebessége 2 km/ó?

478.\* Virágfalváról és Mesefalváról, melyek között 136 km a távolság, egyidejűleg két kozák lovagol ki egymással szemben. Egyikük 16 km/ó sebességgel haladt. Mekkora sebességgel haladt a másik kozák, ha 4 óra múlva találkoztak?



479.\* Két város között a távolság 1264 mérföld<sup>1</sup>. Ezekből a városokból egyidejűleg egymás irányába két repülőszőnyeg indult el, majd 8 óra múlva találkoztak. Az egyik sebessége 82 mérföld óránként. Mekkora volt a másik repülőszőnyeg sebessége?

<sup>1</sup> egy szárazföldi mérföld – 1609 m



- 480.°** Két állomásról, melyek között a távolság 24 km, egyszerre két vonat indult el azonos irányba. Az első sebessége 58 km/ó volt. 4 óra múlva a másik vonat utolérte az elsőt. Határozd meg a másik vonat sebességét!
- 481.°** Meggyes és Almás falvak között 15 km a távolság. E két településről egyidejűleg két kozák, Szürkesapka és Feketebajusz indult el ugyanabba az irányba. Feketebajusz 9 km/ó sebességgel lovagolt és az indulás után 3 órával utolérte Szürkesapkát, aki gyalogosan haladt. Mekkora sebességgel gyalogolt Szürkesapka?
- 482.°** Reggel 6 órakor Muromból Kijevbe elindult Ilja Muromec, akinek a sebessége 9 km/ó volt. Reggel 8 órakor Muromból Kijevbe elindult Aljosa Popovics, aki délután 2 órakor utolérte Ilja Muromecet. Mekkora sebességgel haladt Aljosa Popovics?
- 483.°** 8 ó 57 p-kor Kati teknős elindult a saját tavacskájától a szomszédoshoz. 9 óra 5 perckor ugyanebből a tóból Viki teknős is elindult ugyanabba az irányba, és 9 ó 29 p-kor utolérte Katit. Mekkora sebességgel haladt Kati, ha tudjuk, hogy Viki 8 m/perc sebességgel halad?
- 484.°** Saint-Germain és Saint-Antoine városok közötti távolság 12 lieue<sup>1</sup> (kiejtése – liő). Ezekből a városokból egyszerre indult el Porthos, akinek a sebessége 1 lieue/ó volt és D'Artagnan, akinek a sebessége 3 lieue/ó. Porthos ment elől. Hány óra múlva éri utol D'Artagnan Porthost?
- 485.°** A Cápa- és a Bálna-szigetek között a távolság 48 tengeri mérföld<sup>2</sup>. Ezekről a szigetekről egyszerre, ugyanabba az irányba elindult a *Vitéz* és a *Délceg* nevű fregatt. A *Vitéz* fregatt a *Délceg* előtt haladt. A *Vitéz* 12 mérföldet tett meg óránként, a *Délceg* pedig 18 mérföldet. Hány óra múlva éri utol a *Vitéz* a *Délceg* fregattot?
- 486.°** Laci, Andris, Dani és Sanyi együtt 326 kg sárgarépat takarított be. Laci 37 kg-ot, ami 3-szor kevesebb annál, mint amennyit Andris szedett. Dani és Sanyi viszont egyforma mennyiséget szedtek. Ki volt közülük a legszorgosabb?
- 487.°** Négy munkás – János, Péter, István és Pál – összesen 160 alkatrészt készített. János 81 alkatrészt készített, ami 3-szor több mint amennyit Péter csinált. István ugyanannyit gyártott, mint Pál. Ki teljesített a leggyengébben a munkások közül?
- 488.°** Burattino 1 km 200 m távolságra lakik az iskolától. A tanítás 8 óra 30 perckor kezdődik ebben az iskolában. Burattino percen-

<sup>1</sup> lieue – régi francia hosszegység (1 lieue megközelítőleg 4444 m)

<sup>2</sup> 1 tengeri mérföld – 1852 m

- ként 120 lépést tesz meg. A mesehős lépéseinek átlagos hossza 40 cm. Mikor kell Burattinónak elindulni otthonról az iskolába, hogy tanítás előtt 10 perccel már ott legyen?
- 489.\* Zsófi 6 perc alatt 24 burgonyát tisztít meg, Évi pedig 9 perc alatt 45-öt. Hány perc alatt tisztítanak meg együtt 198 burgonyát?
- 490.\* Hány napra elegendő az iskolai étkezdében 800 liter gyümölcs-lé, ha a fiúk 8 nap alatt 960 l gyümölcslét isznak meg, a lányok pedig 6 nap alatt 480 litert?
- 491.\* Négy nap alatt három gépíró 288 oldalt gépelt be a számítógépbe. Hány oldalt gépel egy gépíró 7 nap alatt, ha mindhárunk teljesítménye azonos?
- 492.\* Hat egyforma motor 8 ó alatt 672 l üzemanyagot fogyaszt. Hány órára elegendő egy ilyen motornak 98 l üzemanyag?
- 493.\* Két mókus, Vöröske és Sárgácska mogyorót gyűjtött. Vöröske 6 zsák mogyorót szedett, míg Sárgácska 7 ugyanilyen zsákkal. Együtt összesen 52 kg mogyorót gyűjtöttek. Hány kilogramm mogyorót gyűjtött Vöröske, és mennyit Sárgácska?
- 494.\* A karaván a sivatagban 3 nap alatt 63 km-t tett meg. Az első napon 6 órát voltak úton, a másodikon 8 órát, a harmadikon pedig 7-et. Hány kilométert tett meg mindegyik napon a karaván, ha minden nap állandó sebességgel haladt?
- 495.\* Őstermelő bácsi 420 kg almát és 180 kg körtét vitt ki a piacra ötven egyforma ládában. Hány ládában volt alma, és hány ládában körte?
- 496.\* Ali Baba a rablók barlangjából négy szamár hátán 22 egyforma zsákban hozta el az aranyat. Az első szamár 80 kg aranyat, a másokra 100 kg-ot, a harmadikra 120 kg-ot, a negyedikre pedig 140 kg-ot rakott. Hány zsák aranyat vitt mindegyik szamár?



**497.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                          |                                  |
|--------------------------|----------------------------------|
| 1) $21(18 + x) = 714$ ;  | 3) $12(152 + 19x) = 2052$ ;      |
| 2) $16(4x - 34) = 608$ ; | 4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192$ ! |

**498.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                                |                           |
|--------------------------------|---------------------------|
| 1) $8(x - 14) = 56$ ;          | 3) $9(143 - 13x) = 234$ ; |
| 2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$ ; | 4) $17(5x - 16) = 238$ !  |

**499.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                            |                                |
|----------------------------|--------------------------------|
| 1) $14x + 4x - 48 = 240$ ; | 3) $16a - 7a + 96 = 222$ ;     |
| 2) $25b - 7b - 9 = 279$ ;  | 4) $20y + 5y + y + 19 = 227$ ! |

**500.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1) $9b + 6b - 15 = 615$ ; | 2) $17x - x + 5x - 19 = 170$ ! |
|---------------------------|--------------------------------|

**501.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                            |                         |
|----------------------------|-------------------------|
| 1) $(x + 14) : 9 = 13$ ;   | 4) $52 + 72 : x = 56$ ; |
| 2) $966 : (x + 17) = 23$ ; | 5) $56 : (x - 6) = 8$ ; |
| 3) $x : 8 - 6 = 49$ ;      | 6) $56 : x - 6 = 8$ !   |

**502.°** Oldd meg az egyenleteket:

- |                          |                             |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $(x - 23) : 26 = 8$ ; | 2) $1728 : (56 - x) = 36$ ! |
|--------------------------|-----------------------------|

**503.°** Az apa a fiával együtt 108 fő paradicsompalántát ültetett el. Az apa 2-szer többet dugványozott el, mint a fia. Hány palántát ültetett a fiú?

**504.°** Két boltba 268 kg csiperkegombát szállítottak. Az elsőbe 3-szor kevesebbet hoztak, mint a másikba. Hány kilogramm csiperkegombát szállítottak egy-egy üzletbe?

**505.°** A szultánnak 7-szer több kétpúpú tevéje volt, mint egypúpú. Hány egypúpú tevéje volt a szultánnak, ha ismeretes, hogy belőlük 156-tal kevesebb volt, mint kétpúpúból?

**506.°** Valentin rózsát és orchideát ajándékozott Valentinának, még-hozzá 4-szer kevesebb orchideát, mint rózsát. Hány rózsát kapott Valentina, ha tudjuk, hogy 51-gyel többet, mint orchideát?

**507.°** A derékszög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a derékszöget, melyek közül az egyik  $20^\circ$ -kal nagyobb a másiknál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

**508.°** Az egyenesszög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a egyenesszöget, melyek közül az egyik  $50^\circ$ -kal kisebb a másiknál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

**509.°** Micimackónak születésnapjára Malacka, Füles és Kanga 264 kg mézet ajándékozott. Malacka 3-szor több mézet ajándékozott, mint Kanga, Füles pedig 2-szer többet, mint Kanga. Mennyi mézet ajándékozott mindegyik vendég?

**510.°** Szindbád négy nap alatt 546 mérföldet hajózott. A második napon 4-szer nagyobb utat tett meg, mint az első napon, a harmadik napon 3-szor többet hajózott, mint az elsőn, a negyedik napon pedig

- 5-ször többet, mint az elsőn. Hány mérföldet hajózott Szindbád minden nap?
- 511.\* Tamás, Béla és Sanyi együtt 256 sügért fogtak. Tamás 3-szor annyi sügért fogott, mint Béla, Sanyi viszont annyit, mint Tamás és Béla együttesen. Hány sügért fogott a legügyesebb horgász?
- 512.\* Piroska, Hamupipőke, Hófehérke és Csipkerózsika 500 derelyét készített. Piroska 2-szer többet készített, mint Csipkerózsika, Hamupipőke annyit, mint Piroska és Csipkerózsika együttesen, Hófehérke pedig annyit, mint Hamupipőke és Csipkerózsika együttesen. Hány derelyét készített mindegyikük?
- 513.\* A vonat három kocsijában 246 személy utazott. Az első kocsiban 2-szer több utas volt, mint a másodikban, a harmadikban pedig 78 utassal több, mint a másodikban. Hány személy utazott mindegyik kocsiban?
- 514.\* Három iskola között 552 kg narancsot úgy osztottak szét, hogy az egyik 6-szor kevesebbet kapott, mint a másik és 136 kg-mal kevesebbet, mint a harmadik. Hány kilogramm narancsot kapott mindegyik iskola?
- 515.\* A háromszög egyik oldala 5-ször kisebb a másikonál és 25 cm-rel rövidebb a harmadikonál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 74 cm!
- 516.\* A háromszög egyik oldala 2-szer nagyobb a másik oldalnál, és 7 dm-rel kisebb a harmadikonál. Add meg a háromszög oldalainak hosszát, ha a kerülete 99 dm!
- 517.\* 1) Igaz-e, hogyha mindegyik összeadandó osztható egy bizonyos számmal, akkor ezen összeadandók összege is osztható ezzel a számmal? Válaszodat támaszd alá példákkal!
- 2) Osztható-e néhány szám összege egy bizonyos számmal, ha nem minden összeadandó osztható ezzel a számmal? Válaszodat támaszd alá példákkal!
- 518.\* Hogyan változik a hányados, ha:
- 1) az osztandót 7-szeresére növeljük;
  - 2) az osztandót felére csökkentjük;
  - 3) az osztót 4-szeresére növeljük;
  - 4) az osztót ötödére csökkentjük;
  - 5) az osztandót 8-szorosára, az osztót pedig 2-szeresére növeljük;
  - 6) az osztandót kilencedére, az osztót pedig harmadára csökkentjük;
  - 7) az osztandót 6-szorosára növeljük, az osztót pedig felére csökkentjük;
  - 8) az osztandót hatodára csökkentjük, az osztót pedig 2-szeresére növeljük?

**519.\*** Az osztandót 3-szorosára növeltük. Hogyan kell megváltoztatni az osztót, hogy a hányados: 1) 6-szorosára növekedjen; 2) hatodára csökkenjen; 3) ne változzon?

**520.\*\*** Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- |                           |                                   |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(44 \cdot 58) : 11$ ; | 4) $(350 \cdot 48) : 70$ ;        |
| 2) $(69 \cdot 60) : 30$ ; | 5) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$ ; |
| 3) $(63 \cdot 88) : 21$ ; | 6) $(21 \cdot 18) : 14$ !         |

**521.\*\*** Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- |                            |                                 |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) $(36 \cdot 21) : 12$ ;  | 3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$ ; |
| 2) $(40 \cdot 420) : 60$ ; | 4) $(45 \cdot 63) : 81$ !       |

**522.\*** A  $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$  kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés: 1) 75; 2) 23 legyen!

**523.\*** A  $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$  kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés: 1) 50; 2) 72 legyen!

**524.\*** Szerkessz számkifejezést a négy alapművelet jeleivel és négy 2-es számjeggyel úgy, hogy a kapott kifejezés értéke:

- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 1) 1; | 3) 3; | 5) 5; | 7) 8; |
| 2) 2; | 4) 4; | 6) 6; | 8) 10 |

legyen!

## Ismétlő gyakorlatok

**525.** Az  $ABCD$  négyszög kerülete 34 cm,  $AB = 6$  cm, a  $BC$  oldal 2-szer nagyobb az  $AB$ -nél, a  $CD$  és  $AD$  oldalak pedig egyenlők. Számítsd ki az  $AD$  oldal hosszát!

**526.** A vásárolt borítékok között 18 rózsaszínű volt 12 pedig bélyeges, a rózsaszínű borítékok között 8 bélyeges volt. Hány borítékot vásároltak összesen?



## Bölcs Bagoly feladványa

**527.** Az asztalon hét fogaskereket helyeztek el úgy, hogy az elsőt a másodikhoz, a másodikat a harmadikhoz és így tovább, a hetediket az elsőhöz kapcsolták. Foroghat-e minden fogaskerék egyidejűleg?

## 19. Maradékos osztás

Hogyan kell a 20-at 6-tal elosztani? E kérdés megválaszolásában segít a következő feladat megoldása. Hogyan kell 20 szem cukorkát egyenlően szétosztani hat barát között?

Legvalószínűbb, hogy mindegyikük kap 3 szemet és marad még 2 szem.

A cukorkák ilyen elosztását a következő egyenlőség szemlélteti:

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$



Megjegyezzük, hogy a 3 az a *legnagyobb* szám, melynek 6-tal való szorzata kisebb, mint 20. A  $20 = 6 \cdot 3 + 2$  felírásban a 3-at **nem teljes hányadosnak**, a 2-t pedig **maradéknak** nevezzük. Azt is mondják, hogy a 20-at 6-tal osztva a nem teljes hányados 3 lesz, a maradék pedig 2. Megjegyezzük, hogy a maradék (2) kisebb, mint az osztó (6).

A cukorkákat másképpen is eloszthatjuk. Adjunk mindenkinek például 2 szemet. Ekkor a maradék 8 lesz. Tehát  $20 = 6 \cdot 2 + 8$ . Ebben az esetben viszont a 2 nem lesz nem teljes hányados, s a 8 sem maradék.

***A maradék mindig kisebb az osztónál.***

Osszuk el a 189-et 13-mal:

|  |   |   |   |   |   |  |
|--|---|---|---|---|---|--|
|  |   |   |   |   |   |  |
|  | 1 | 8 | 9 | 1 | 3 |  |
|  | 1 | 3 |   | 1 | 4 |  |
|  |   | 5 | 9 |   |   |  |
|  |   | 5 | 2 |   |   |  |
|  |   |   | 7 |   |   |  |
|  |   |   |   |   |   |  |

Mivel  $7 < 13$ , ezért az osztási műveletet abba kell hagynunk. Ez azt jelenti, hogy a 189-et 13-mal osztva a nem teljes hányados 14-gyel egyenlő, a maradék pedig 7 lesz. Vagyis  $189 = 13 \cdot 14 + 7$ .

A fenti példából a következő általános szabályt fogalmazhatjuk meg.

***Ahhoz, hogy meghatározzuk az osztandót, az osztót meg kell szorozni a nem teljes hányadossal, majd hozzáadni a maradékot.***

Betűkifejezéssel ezt a szabályt a következőképpen írhatjuk fel:

$$a = bq + r,$$

ahol az  $a$  – az **osztandó**,  $b$  – az **osztó**,  $q$  – a **nem teljes hányados**,  $r$  – a **maradék**,  $r < b$ .

Vizsgáljuk meg a következő egyenlőséget:  $21 = 7 \cdot 3$ . Ezt így is át lehet írni:  $21 = 7 \cdot 3 + 0$ . Azt mondjuk, hogy a 21-et 7-tel osztva a maradék nulla lesz. Ezt úgy is lehet mondani, hogy a 21 **osztható** 7-tel.

**PÉLDA.** Ilona a 61-et elosztotta egy számmal és maradékul 5-öt kapott. Milyen számmal oszthatta el Ilona a 61-et?

**Megoldás.** Mivel az osztandó 61, a maradék pedig 5, ezért az osztandó és a nem teljes hányados szorzata  $61 - 5 = 56$  lesz. Felírjuk az 56-ot két tényező szorzataként:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Figyelembe véve, hogy a maradék (ebben az esetben az 5) kisebb kell hogy legyen az osztónál, ezért az osztó a 7, 8, 14, 28 és 56 számok közül bármelyik lehet. ◀



1. A maradékos osztásnál milyen tulajdonsággal rendelkezik a nem teljes hányados?
2. Hasonlítsd össze a maradékot és az osztót!
3. Fogalmazd meg a maradékos osztásnál az osztandó meghatározásának szabályát!
4. Hogyan írjuk fel betűkifejezés alakjában az osztandó meghatározását maradékos osztásnál?
5. Milyen esetekben mondjuk, hogy az egyik természetes szám pontosan osztható egy másikkal?

### Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a hiányzó számokat a műveletláncban!



2. A 72 560 000 számban letörölték a három utolsó nullát. Hogyan változott meg ekkor a szám, növekedett vagy csökkent, és hány-szorosára?
3. Az egyik szivattyú 1 perc alatt 120 l vizet pumpál át, a másik pedig 180 l-t. Mennyi idő alatt töltenek meg együtt egy 6000 literes tartályt?
4. A kisebbítendő 129-cel nagyobb, mint a kivonandó. Mivel egyenlő a különbség?
5. Az osztó 48-szor kisebb az osztandónál. Mivel egyenlő a hányados?

### Gyakorlatok

**528.**° Végezzétek el a maradékos osztást:

- |                 |                 |                  |                   |
|-----------------|-----------------|------------------|-------------------|
| 1) $42 : 5$ ;   | 3) $428 : 37$ ; | 5) $1372 : 13$ ; | 7) $3196 : 74$ ;  |
| 2) $592 : 24$ ; | 4) $684 : 30$ ; | 6) $5721 : 28$ ; | 8) $6516 : 204$ ! |

**529.**° Végezzétek el a maradékos osztást:

- |                |                 |                   |
|----------------|-----------------|-------------------|
| 1) $54 : 7$ ;  | 3) $158 : 12$ ; | 5) $2964 : 18$ ;  |
| 2) $212 : 6$ ; | 4) $534 : 15$ ; | 6) $4848 : 106$ ! |

**530.**° 1) Határozd meg a következő számok maradékát 10-zel való osztásnál: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750!

2) Határozd meg a következő számok maradékát 5-tel való osztásnál: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903!



- 531.**° Határozd meg a következő számok maradékát 100-zal való osztásnál: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400!
- 532.**° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 7-tel; 13-mal; 24-gyel való osztásakor keletkeznek!
- 533.**° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 5-tel; 19-cel való osztásakor keletkeznek!
- 534.**° Egy szem csokoládé 76 kopijkába kerül. Hány szemet vásárolhatunk 4 hrivnya 50 kopijkáért?
- 535.**° Egy gépkocsi teherbírása 5 t. Legalább hány ilyen tehergépkocsi szükséges 42 t homok elszállításához?
- 536.**° Egy ládába 20 kg alma fér. Legalább hány ilyen láda szükséges 176 kg alma tárolásához?
- 537.**° Töltsd ki a táblázatot!

| Osztandó | Osztó | Nem teljes hányados | Maradék |
|----------|-------|---------------------|---------|
| 22       | 6     |                     |         |
| 45       | 7     |                     |         |
|          | 5     | 2                   | 3       |
|          | 8     | 3                   | 5       |

- 538.**° Határozd meg az osztandót, ha az osztó 12, a nem teljes hányados 7, a maradék pedig 9!
- 539.**° Határozd meg az osztandót, ha az osztó 18, a nem teljes hányados 4, a maradék pedig 11!
- 540.**° Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az  $a = bq + r$  egyenlőséggel, ahol  $a$  – osztandó,  $b$  – osztó,  $q$  – nem teljes hányados,  $r$  – maradék, ha  $a = 82$ ,  $b = 8$ !
- 541.**\* Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az  $a = bq + r$  egyenlőséggel, ahol  $a$  – osztandó,  $b$  – osztó,  $q$  – nem teljes hányados,  $r$  – maradék, ha  $a = 45$ ,  $b = 7$ !
- 542.**\* Az  $a$  szám mely legkisebb értéke mellett:
- 1) osztható pontosan 6-tal a  $48 + a$ ;
  - 2) osztható pontosan 8-cal a  $65 - a$ ;
  - 3) lesz a maradék 4, ha a  $96 - a$  kifejezést 9-cel osztjuk?
- 543.**\* Az  $a$  szám mely legkisebb értéke mellett:
- 1) osztható pontosan 7-tel az  $53 + a$ ;
  - 2) lesz a maradék 2, ha az  $a + 24$  kifejezést 5-tel osztjuk?
- 544.**\*\* Kati elosztotta a 211-et valamilyen számmal, és maradékul 26-ot kapott. Melyik számmal osztott a kislány?
- 545.**\*\* Misi elosztotta a 111-et valamilyen számmal, és maradékul 7-et kapott. Melyik számmal osztott Misi?



- 546.\*** Pali elosztotta a 70-et valamilyen számmal, és maradékul 4-et kapott. Melyik számmal osztott Pali?
- 547.\*** Legfeljebb hány hétfő lehet egy évben?
- 548.\*** Az egyik őszi hónapban szombatokból és hétfőkből több volt, mint péntekből. Melyik volt ez a hónap? Milyen napra esett ebben a hónapban tizenkilencedike?
- 549.\*** Ismert, hogy az  $a$  szám az osztandó, a  $b$  szám az osztó, és  $a < b$ . Határozd meg a nem teljes hányadost és a maradékot, ha az  $a$  számot osztjuk a  $b$ -vel?
- 550.\*** Bizonyítsd be, hogy az  $a$  szám utolsó számjegye egyenlő azzal a maradékkal, amit akkor kapsz, ha ezt a számot elosztod 10-zel!
- 551.\*** Gondolj ki egy olyan betűkifejezést, amelyben a betűket bármilyen természetes számmal helyettesítve olyan számkifejezést kapsz, aminek értékét 3-mal osztva a maradék 1 lesz!

### Ismétlő gyakorlatok

- 552.** Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

- |                                            |                                   |
|--------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $14a \cdot 6b$ , ha $a = 2$ , $b = 3$ ; | 3) $5x + 8x - 3x$ , ha $x = 17$ ; |
| 2) $25m \cdot 3n$ , ha $m = 8$ , $n = 1$ ; | 4) $16y - y + 5y$ , ha $y = 23$ ! |

- 553.** A téglalap kerülete 54 cm, a szélessége pedig 3 cm-rel rövidebb, mint a hossza. Számítsd ki a téglalap oldalait!

- 554.** Oldd meg a  $8(3x - 16) = 208$  egyenletet! Figyeld meg, hogy az egyenlet gyöke azzal a korhatárral egyenlő, melynél engedélyezve van a kerékpárral való közlekedés a város utcáin és az országutakon.



### Bölcs Bagoly feladványa

- 555.** Ismeretes, hogy egy zsinórdarab 4 percreg ég végig, ha az egyik végét meggyújtjuk. Sajnos a zsinór nem egyenletes sebességgel ég. Hogyan lehet:
- egy ilyen zsinórdarabbal lemérni 2 percet;
  - két ilyen zsinórdarabbal lemérni 3 percet?

### 20. A szám hatványa

Már tudjátok, több egyenlő összeadandó összege szorzás segítségével egyszerűbben leírható.

Például  $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$ .

A matematikusok arra is rájöttek, hogy az egyenlő tényezők szorzata is leírható rövidebben.

Például  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$ .

A  $7^4$  kifejezést **hatvány**nak nevezzük és így olvassuk: *hét a negyedik hatványon* vagy *hétnek a negyedik hatványa*. Ekkor a 7-es számot a **hatvány alapjának**, a 4-et pedig a **hatvány kitevőjének** nevezzük. A 4-es szám azt mutatja, hányszor szerepel tényezőként a 7.

A  $7^4$  kifejezés értékének kiszámítását a **7-es szám** negyedik **hatványának** nevezzük.

Nézzünk még néhány példát:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$

$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Egy szám második hatványát a **szám négyzetének** nevezzük. Például az  $a^2$  felírást így olvassuk: *a a négyzetén*. Egy szám harmadik hatványát a **szám köbének** nevezzük. Például az  $a^3$  felírást így olvassuk: *a a köbön*.

Lehet-e a hatványkitevő eggyel egyenlő? Igen, lehet. Mivel olyan szorzatot kell vizsgálni, mely egy tényezőtől áll, ezért megállapodtak abban, hogy  $a^1 = a$ . Például  $2^1 = 2$ ,  $17^1 = 17$ .

Felhívjuk a figyelmeteket, hogy a szám hatványra emelése (hatványozása) – egy új, az ötödik számtani művelet. Meghatározzuk a hatványozás műveleti sorrendjét a számkifejezés értékének kiszámításakor.

***Ha a számkifejezésben hatvány is szerepel, akkor azt elsőnek hajtjuk végre, és utána a többit a megszokott sorrendben.***

Például  $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$ ,

$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$



1. Hogy nevezzük a  $8^5$  kifejezést? Hogy nevezzük ekkor a 8-at? Az 5-öt?
2. Hogy olvassuk a  $8^5$  kifejezést?
3. Hogy nevezzük a szám második hatványát? Harmadik hatványát?
4. Hogy olvassuk az  $a^2$ -et? Az  $a^3$ -öt?
5. Mivel egyenlő a szám első hatványa?
6. Milyen sorrendben hajtjuk végre a műveleteket a hatványt tartalmazó számkifejezésekben?

### Szóban oldd meg!

1. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) (x - 10) : 2 = 20;$$

$$3) x \cdot 10 - 2 = 8;$$

$$2) (x + 10) \cdot 2 = 20;$$

$$4) x : 10 + 2 = 8!$$

2. Igaz-e a  $90 = 14 \cdot 5 + 20$  egyenlőség? Ki lehet-e jelenteni, hogyha a 90-et 14-gyel osztjuk, a nem teljes hányados 5 lesz, a maradék pedig 20?

3. Laci 60 almát 8-ával kupacokba rakott, és még 4 alma meg is maradt. Hány kupacba rakta az almákat Laci?
4. A turistának 25 km-t kellett megtennie. Miután 4 órát ment, még 1 km maradt hátra. Mekkora volt a turista sebessége?
5. Két virágágyásban 20 bokor rózsza nőtt. Miután az első ágyásból 2 bokrot átültettek a másikba, mindkét ágyásban 10 bokor lett. Hány bokor nőtt eredetileg mindegyik ágyásban?

## Gyakorlatok

556.° Nevezd meg a hatvány alapiját és kitevőjét:

- 1)  $4^8$ ; 2)  $13^{10}$ ; 3)  $a^9$ ; 4)  $6^m$ ; 5)  $2^{39}$ ; 6)  $93^{11}$

557.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést úgy, hogy az azonos tényezőkből álló szorzatot hatvánnyal helyettesítsd:

- 1)  $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ ; 5)  $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$ ;  
 2)  $10 \cdot 10 \cdot 10$ ; 6)  $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{10 \text{ tényező}}$ ;  
 3)  $b \cdot b$ ; 7)  $\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{8 \text{ tényező}}$ ;  
 4)  $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ ; 8)  $\underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_{n \text{ tényező}}$ .

558.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1)  $3^3$ ; 2)  $7^2$ ; 3)  $5^4$ ; 4)  $2^5$ ; 5)  $0^6$ ; 6)  $1^{12}$ !

559.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1)  $9^3$ ; 2)  $12^2$ ; 3)  $2^4$ ; 4)  $1^{100}$ ; 5)  $100^1$ ; 6)  $10^3$ !

560.° Számítsd ki:

- 1)  $10^2 - 7^2$ ; 3)  $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$ ; 5)  $25^2 : (24^2 + 7^2)$ ;  
 2)  $5^3 - 5^2$ ; 4)  $8^3 : 4^2 - 2^3$ ; 6)  $10^3 - 10^2 + 9^3$ !

561.° Számítsd ki:

- 1)  $3^2 + 4^2$ ; 3)  $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$ ; 5)  $15^2 : (13^2 - 124)$ ;  
 2)  $3^3 + 2^3$ ; 4)  $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$ ; 6)  $8^3 : (4^2 - 2^3)$ !

562.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1)  $16 - c^3$ , ha  $c = 2$ ; 5)  $(x^2 - y^2) : (x - y)$ , ha  $x = 4$ ,  $y = 2$ ;  
 2)  $x^3 - x^2$ , ha  $x = 10$ ; 6)  $(x^2 - y^2) : x - y$ , ha  $x = 4$ ,  $y = 2$ ;  
 3)  $15a^2$ , ha  $a = 4$ ; 7)  $x^2 - y^2 : (x - y)$ , ha  $x = 4$ ,  $y = 2$ ;  
 4)  $a^2b^3$ , ha  $a = 6$ ,  $b = 10$ ; 8)  $x^2 - y^2 : x - y$ , ha  $x = 4$ ,  $y = 2$ !

563.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1)  $x^2 - 14$ , ha  $x = 5$ ; 7) 18; 2)  $2y^2 + 13$ , ha  $y = 6$ ; 8) 9; 100!

564.° Írd fel 3 hatványaként a következő számokat: 1) 9; 2) 27; 3) 243;

- 4) 81!



Az ilyen alakzatokról mondják azt, hogy a **területük** egyenlő.

A terület fogalmával gyakran találkozunk a hétköznapi életben is: a lakás területe, a hájtáji részleg területe, a mező területe stb.

Tapasztalatból tudod, hogy az egyforma alakzatoknak a területe is egyenlő, a lakás területe az összes helyiség (szobák, konyha, előszoba stb.) területeinek összegével egyenlő. Ezek a példák szemléltetik a terület következő tulajdonságait.

**1) Egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők.**

**2) Az alakzat területe az őt alkotó alakzatok területének összegével egyenlő.**

Hogyan lehet megmérni egy alakzat területét?

Emlékeztetőül: a szakasz hosszának mérésére bevezettük az egységnyi hosszúságú szakaszt, a szög mérésére pedig a szögegységet.

Általában, *bármely mennyiség méréséhez mértékegységet kell választanunk.*

A terület mértékegységéül azt a négyzetet vesszük, melynek az oldala egyenlő az egységnyi szakasz hosszával. Az ilyen négyzetet **egységnyi**nek nevezzük.

Az 1 m oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetméter**nek nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ m}^2$ .

Az 1 cm oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetcentiméter**nek nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ cm}^2$ .

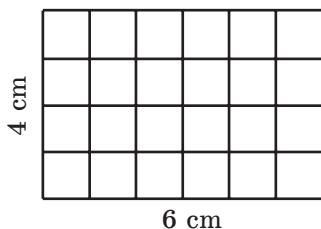
Az 1 mm oldalhosszúságú négyzet területét **négyzetmilliméter**nek nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ mm}^2$ .

**Egy alakzat területét megmérni annyit jelent, mint megszámlolni, hány területegység van benne.**

Így a 145. ábrán lévő mindegyik alakzat területe  $7 \text{ cm}^2$  lesz.

Ha a téglalap egyik oldala 6 cm, a szomszédos oldala pedig 4 cm, akkor ezt a téglalapot fel lehet osztani  $6 \cdot 4$  egységnyi négyzetre (146. ábra). Ezért a területe  $6 \cdot 4 = 24$  ( $\text{cm}^2$ ) lesz.

Hasonlóan gondolkozva, olyan következtetésre jutunk, hogyha a téglalap egyik oldala  $a$  egységnyi szakasz hosszúságú, a másik pedig  $b$ , akkor ez a téglalap  $a \cdot b$  egységnyi négyzetre osztható fel, tehát a téglalap területe  $ab$  négyzetegység lesz.



146. ábra

*A téglalap területe egyenlő két szomszédos oldalának szorzatával:*

$$S = ab,$$

ahol  $S$  a téglalap területe,  $a$  és  $b$  a szomszédos oldalainak hossza, melyek ugyanazon hosszegységekben vannak kifejezve.

Mivel a négyzet minden oldala egyenlő, ezért a területét a következő képlet adja meg:

$$S = a^2,$$

ahol  $S$  a négyzet területe,  $a$  pedig az oldalainak hossza. Éppen ezért nevezzük a szám második hatványát a szám négyzetének.

Már tudjátok, hogy az egybevágó alakzatok területe egyenlő. Viszont nem biztos, hogy az egyenlő területű alakzatok egybevágók (145. ábra).

A földterület mérésére az **ár** mértékegységet és a **hektárt** (az 1 hektár helyett röviden 1 ha írnak) használják:

$$1 \text{ ár} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2,$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2.$$

A hétköznapi életben az 1 árt **szotek**nek is nevezik.



1. Az alakzatok területének milyen tulajdonságait ismered?
2. Hogyan kell eljárunk, ha meg akarunk mérni egy mennyiséget?
3. Milyen négyzetet nevezünk egységnyiinek?
4. Milyen területegységeket ismersz?
5. Mit jelent megmérni az alakzat területét?
6. Mivel egyenlő a téglalap területe?
7. Milyen képlettel határozzák meg a négyzet területét?
8. Igaz-e az állítás, hogyha az alakzatok területei egyenlők, akkor az alakzatok egybevágók?

### Szóban oldd meg!

1. Hány:

- 1) centiméter van 1 dm-ben; 1 m-ben; 3 dm-ben; 5 m 2 dm-ben; 12 dm 5 cm-ben; 40 mm-ben;
- 2) méter van 1 km-ben; 2 km 418 m-ben; 4 km 16 m-ben; 800 cm-ben; 20 dm-ben?

2. Számítsd ki:

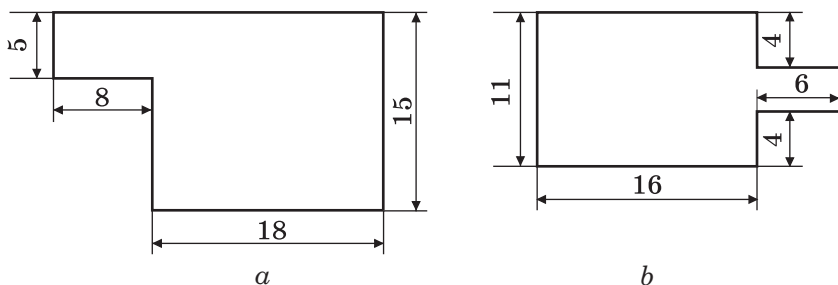
- 1) a 3 és a 2 köbeinek összegét;
- 2) a 3 és a 2 összegének köbét;
- 3) a 8 és a 6 négyzeteinek különbségét;
- 4) a 8 és a 6 különbségének négyzetét!

3. A csónak 5 óra alatt 40 km-t tett meg. Hány óra alatt tesz meg ugyanilyen sebességgel 24 km-t?
4. Hány liter vizet képes átpumpálni a szivattyú 8 perc alatt, ha 5 ilyen szivattyú 6 perc alatt 450 l vizet pumpál át?
5. Mely számmal kell helyettesíteni a csillagokat, hogy az  $1* + 3* + 5* = 111$  egyenlőség igaz legyen?

### Gyakorlatok

- 572.° 1) Hány négyzetcentiméter van 1 dm<sup>2</sup>-ben? 1 m<sup>2</sup>-ben?  
2) Hány négyzetméter van 1 km<sup>2</sup>-ben?
- 573.° Számítsd ki a téglalap területét, ha szomszédos oldalai 14 cm és 8 cm!
- 574.° Számítsd ki a négyzet területét, ha oldala 7 dm!
- 575.° A téglalap oldala 16 cm, a szomszédos oldala ennél 6 cm-rel nagyobb. Számítsd ki a téglalap területét!
- 576.° A téglalap oldala 48 cm, a szomszédos oldala ennek pedig nyolcada. Számítsd ki a téglalap területét!
- 577.° A téglalap kerülete 162 dm, az egyik oldala pedig 47 dm. Határozd meg a téglalap területét!
- 578.° A téglalap kerülete 96 m, ami 8-szor nagyobb, mint a kerülete. Határozd meg a téglalap területét!
- 579.° Határozd meg a négyzet területét, ha kerülete 96 cm!
- 580.° A téglalap kerülete 4 m 8 dm, az egyik oldala 5-ször hosszabb, mint a szomszédos oldal. Határozd meg a téglalap területét!
- 581.° A téglalap kerülete 6 dm 8 cm, az egyik oldala 1 dm 6 cm-rel rövidebb a szomszédos oldalnál. Határozd meg a téglalap területét!
- 582.° Fejezd ki:
  - 1) árban: 12 ha; 45 ha; 6 ha 28 ár; 14 ha 68 ár; 32 400 m<sup>2</sup>; 123 800 m<sup>2</sup>; 2 km<sup>2</sup> 14 ha 5 ár; 4 km<sup>2</sup> 72 ha 16 ár;
  - 2) négyzetméterben: 5 ár; 17 ár; 8 ha; 63 ha; 5 ha 72 ár; 14 ha 43 ár;
  - 3) hektárban és árban: 530 ár; 1204 ár; 16 300 m<sup>2</sup>; 85 200 m<sup>2</sup>!
- 583.° Fejezd ki:
  - 1) négyzetcentiméterben: 8 dm<sup>2</sup>; 16 dm<sup>2</sup>; 4 m<sup>2</sup>; 38 m<sup>2</sup>; 16 m<sup>2</sup> 19 dm<sup>2</sup>; 74 m<sup>2</sup> 3 dm<sup>2</sup>;
  - 2) hektárban: 340 000 m<sup>2</sup>; 5 830 000 m<sup>2</sup>; 53 km<sup>2</sup>; 14 km<sup>2</sup>; 5 km<sup>2</sup> 18 ha; 24 km<sup>2</sup> 6 ha!
- 584.° A téglalap alakú mező területe 56 ár, a hossza pedig 80 m. Számítsd ki a mező kerületét!
- 585.° A téglalap alakú mező területe 48 ár, a szélessége pedig 150 m. Számítsd ki a mező kerületét!

**586.\*** Számítsd ki a 147. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!

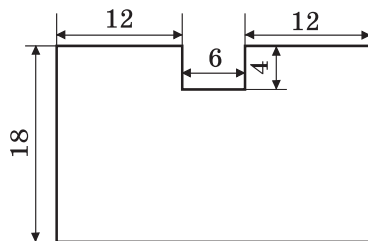


147. ábra

**587.\*** Számítsd ki a 148. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!

**588.\*** Eleget-e 5 t borsó egy téglalap alakú mező bevetésére, melynek oldalai 500 m és 400 m, ha 1 ha földre 260 kg borsót kell elszórni?

**589.\*** Édesapa elhatározta, hogy a konyha egyik falát kicsempézi, melynek hossza 4 m 50 cm, magassága pedig 3 m. Eleget-e lesz-e 15 láda csempe, ha egy ládában



148. ábra

40 darab van, s a négyzet alakú csempe oldalhossza 15 cm?

**590.\*** Kertész Péter farmergazda uborkát vetett a melegházában, amelynek hossza 16 m 50 cm, szélessége pedig 12 m. Hány kilogramm termést takarít majd be, ha egy  $\text{m}^2$ -ről 30 kg uborkát szed le?

**591.\*** A fal egyszeri festésére négyzetméterenként 180 g festéket használnak el. Eleget-e 3 kg festék a 6 m hosszú és 3 m magas fal lefestésére?

**592.\*** A 12 cm oldalhosszúságú négyzetnek és a téglalapnak, melynek egyik oldala 18 cm, azonos a területe. Add meg a téglalap kerületét!

**593.\*** A négyzet és a téglalap területe egyenlő, a téglalap oldalainak hossza 3 cm és 12 cm. Add meg a négyzet kerületét!

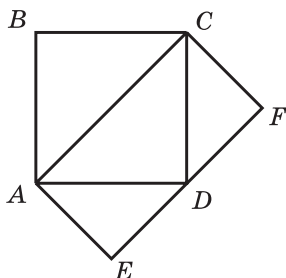
**594.\*** A téglalap szélessége 26 cm. Hány négyzetcentiméterrel növekszik ennek a téglalapnak a területe, ha a hosszát 4 cm-rel növeljük?



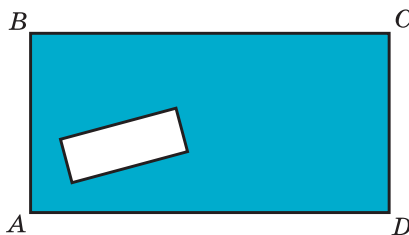
**595.\*** Hányszorosára nő a téglalap kerülete és a területe, ha minden oldalát 4-szeresére növelik?

**596.\*** A téglalap hossza 32 cm. Hány négyzetcentiméterrel csökken a területe, ha a szélességét 5 cm-rel csökkentik?

**597.\*** Az  $ABCD$  négyzet területe  $16 \text{ cm}^2$  (149. ábra). Mennyivel egyenlő az  $ACFE$  téglalap területe?



149. ábra



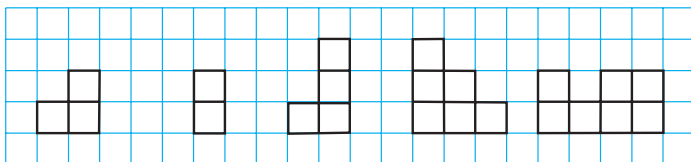
150. ábra

**598.\*** A téglalap alakú papírlap oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám lesz, a lap területe pedig  $12 \text{ cm}^2$ . Hány  $4 \text{ cm}^2$ -es területű négyzetet vághatunk ki ebből a téglalapból?

**599.\*** A téglalap alakú papírlap oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám lesz, a lap területe pedig  $18 \text{ cm}^2$ . Hány  $3 \text{ cm}$ -es oldalú négyzetet vághatunk ki ebből a téglalapból?

**600.\*** Az  $ABCD$  téglalap közepéből (150. ábra) kivágtunk egy téglalap alakú részt. Hogyan vághatjuk ketté a kapott alakzatot egy egyenes vonallal úgy, hogy két azonos területű alakzatot kapjunk?

**601.\*** A 151. ábrán lévő öt alakzathatból négyet felhasználva rakj ki egy négyzetet!

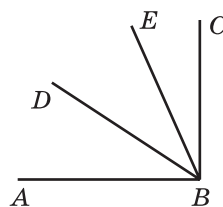


151. ábra

**602.\*** Szét lehet-e vágni egy négyzetet néhány darabra úgy, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni két négyzetet, melynek oldalai centiméterekben mérve egész szám lesz, ha az adott négyzet oldala: 1)  $5 \text{ cm}$ ; 2)  $6 \text{ cm}$ ?

## Ismétlő gyakorlatok

603. Az  $ABC$  derékszög csúcsából (152. ábra)  $BD$  és  $BE$  félegyeneseket húztak úgy, hogy az  $ABE$  szög  $34^\circ$ -kal nagyobb a  $DBE$  szögnél, a  $CBD$  szög pedig  $23^\circ$ -kal nagyobb, mint a  $DBE$  szög. Hány fokal a  $DBE$ ?



152. ábra

604. Végezd el a műveleteket:

- 1)  $1008 \cdot 604 - 105\,984 : 12 - 54\,321$ ;
- 2)  $(57 \cdot 34 + 812\,754 : 27) : 18$ !

605. A tanuló névnapjára az osztály szülői tanácsa cukorkát, süteményt és ostyát vásárolt. Segíts a szülői tanácsnak a számlát kijavítani!

| Az árú neve | A csomagok száma | Egy csomag ára, hrn. | Fizetendő összeg, hrn. |
|-------------|------------------|----------------------|------------------------|
| Nápolyi     |                  | 7                    | 84                     |
| Cukorka     | 5                |                      |                        |
| Keksz       | 9                | 14                   |                        |
| Összesen    |                  |                      | 305                    |

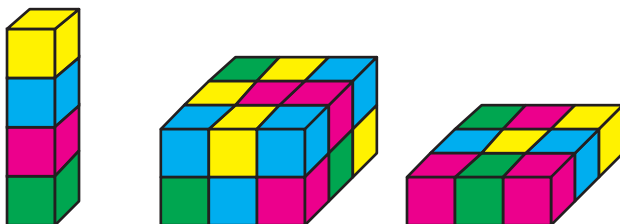


## Bölcs Bagoly feladványa

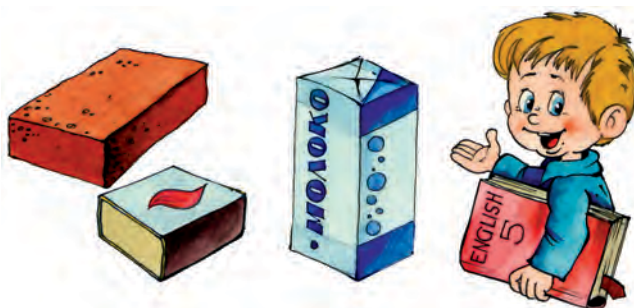
606. A tavon elkezdtek virágozni a liliomok. A liliom minden nap kétszeresére nő. Az első virág megjelenésétől a tó teljes befedéséig 20 nap telik el. Hányadik napon volt a tó félig benőve?

## 22. Derékszögű paralelepipedon (Téglatest). Gúla

Gyermekkorodban bizonyára te is játszottál kirakós kockákkal, és építettél belőlük a 153. ábrán látható alakzatokat.



153. ábra



Az ábrán lévő alakzatok segítségével fogalmat alkothatsz a **téglatest**ről. Téglatest alakú például a csokoládés doboz, a könyv, a téglala, a gyufásdoboz, a láda, a tejedoboz.

A 154. ábrán az  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  téglatest látható. A téglatestet hat **lap** határolja. Minden lap téglalap, vagyis a téglatest felszíne hat darab téglalaphból áll.

A lapok oldalait a **téglatest éleinek**, a lapok csúcsait pedig a **téglatest csúcsainak** nevezzük. Például az  $AB$ ,  $BC$ ,  $A_1 B_1$  szakaszok az  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  téglatest élei, a  $B$ ,  $A_1$ ,  $C_1$  pontok pedig a **csúcsai** lesznek. (154. ábra).

A téglatestnek 8 csúcsa és 12 éle van.

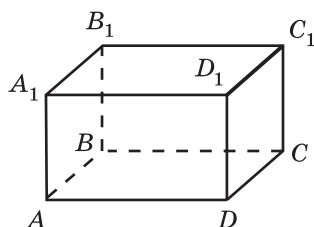
Az  $AA_1 B_1 B$  és a  $DD_1 C_1 C$  lapoknak nincs közös csúcsuk. Az ilyen lapokat **szemközti lapoknak** nevezzük. Az  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  téglatestben még két pár szemközti lap van: az  $ABCD$  és az  $A_1 B_1 C_1 D_1$  téglalapok, valamint az  $AA_1 D_1 D$  és  $BB_1 C_1 C$  téglalapok.

**A téglatest szemközti lapjai egyenlők.**

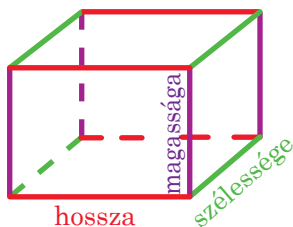
A 154. ábrán az  $ABCD$  lapot az  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  téglatest **alapjának** nevezzük.

A **téglatest felszínének** az összes lapja területeinek összegét nevezzük.

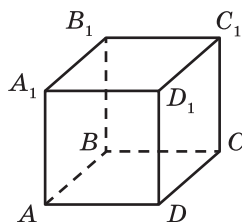
Hogy elképzelésünk legyen a téglatest méreteiről, elegendő megvizsgálni az egy csúcsból futó három élet. Ezeknek az éleknek a hosszát a téglatest **méreteinek** nevezzük. Ahhoz, hogy megkülönböztessük őket egymástól, a következőképpen nevezték el ezeket: **hossza**, **szélessége**, **magassága** (155. ábra).



154. ábra



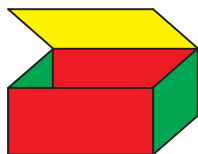
155. ábra



156. ábra

Azt a téglatestet, melynek méretei egyenlők, **kockának** nevezzük (156. ábra). A kocka felszíne hat darab egyenlő négyzetből áll.

Ha egy téglatest alakú dobozt kinyitunk (157. ábra) és a négy függőleges él mentén szétvágjuk (158. ábra), majd kiterítjük, akkor egy hat téglalapról álló alakzatot kapunk (159. ábra). Ezt a **téglatest testhálójának** nevezzük.



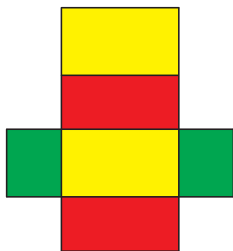
157. ábra



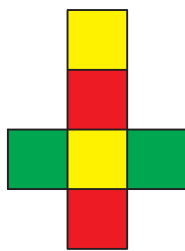
158. ábra

A 160. ábrán egy olyan alakzat látható, amely hat négyzetből áll. Ez lesz a **kocka testhálója**.

A testháló alapján elkészíthető a téglatest modellje. Ezt a következőképpen lehet létrehozni. Rajzoljunk egy papírlapra egy testhálót, vágjuk ki, majd hajtogassuk össze a téglatest élének megfelelő szakaszok mentén (158. ábra), végül ragasszuk össze.

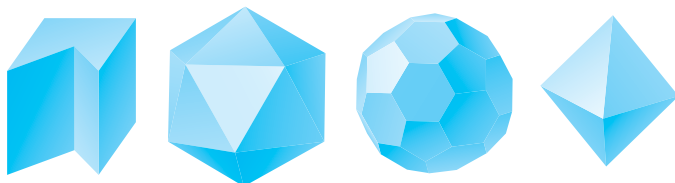


159. ábra



160. ábra

A téglatest a **soklapok (poliéder)** egyik típusa. A soklap olyan test, amely sokszögekből áll. A 161. ábrán néhány sokszög látható.



161. ábra

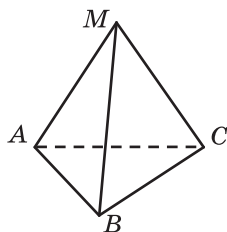
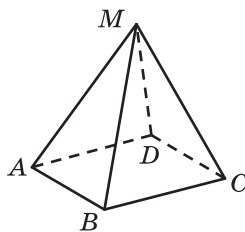
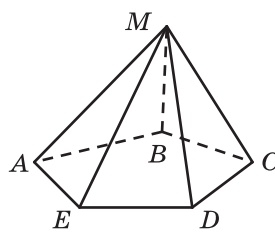
A soklapok egyike a **gúla**.

Ez az alakzat nem ismeretlen számotokra. Bizonyára már hallottatok az ókori világ hét csodája közül az egyikről, az egyiptomi piramisokról.

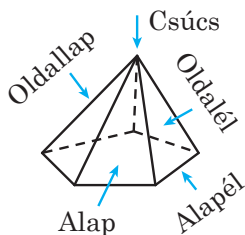


Az egyiptomi piramisok

A 162. ábrán az  $MABC$ ,  $MABCD$ ,  $MABCDE$  gúlák láthatók. Ezek felszíne közös csúccsal rendelkező háromszög alakú **oldallapokból** és egy sokszög alakú **alaplappból** áll (163. ábra).

Háromoldalú  
gúlaNégyoldalú  
gúlaÖtoldalú  
gúla

162. ábra



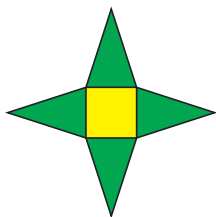
163. ábra

Az oldallapok közös csúcsát a **gúla csúcsának** nevezzük. A gúla alapjának oldalait **alapéleknek** nevezzük, és azoknak az oldallapoknak az oldalait, amelyek nem tartoznak az alaphoz, **oldaléleknek** nevezzük.

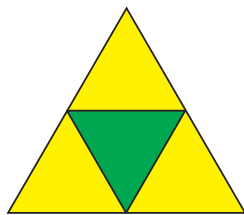
A gúlákat az alapja oldalainak száma alapján osztályozzuk (162. ábra): háromoldalú négyoldalú, ötoldalú stb. gúlákat különböztetünk meg.

A háromoldalú gúla felszíne négy háromszögből áll. Ezek közül bármelyik szolgálhat alapként. Ez az egyetlen gúla, melynek bármelyik lapját tekinthetjük az alapjának.

A 164. ábrán látható alakzat egy **négyoldalú gúla testhálójá**. Ez egy négyzetből és négy egyenlő szárú háromszögből áll.



164. ábra



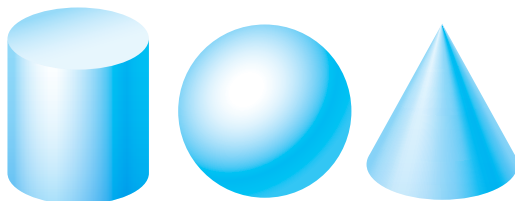
165. ábra

A 165. ábrán egy olyan alakzat látható, amely négy egyforma egyenlő oldalú háromszögből áll. Ennek az alakzatnak a segítségével lehet elkészíteni azt a háromoldalú gúlát, melynek lapjai szabályos háromszögek lesznek.

A soklapok a **mértani testek** közé tartoznak.

A 166. ábrán már olyan átalatok ismert mértani testek láthatók, amelyek nem soklapok.

Ezekkel a mértani testekkel a 6. osztályban részletesebben is megismerkedtek majd.



166. ábra



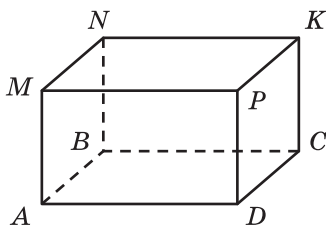
1. Milyen tárgyak alapján alkothatunk fogalmat a téglatestekről?
2. Milyen alakzatok alkotják a téglatest felszínét?
3. Hány lapja van a téglatestnek?
4. Milyen tulajdonsággal rendelkeznek a téglatest szemközti lapjai?
5. A téglatestnek hány csúcsa van? És hány éle?
6. Milyen közös neve van a téglatest egy csúcsból induló élei hosszának?
7. Milyen nevekkal különböztetik meg a téglatest méreteit?
8. Milyen testet nevezünk kockának?
9. Milyen alakzatokból áll a kocka felszíne?
10. Milyen alakzatokból áll a gúla felszíne?

### Szóban oldd meg!

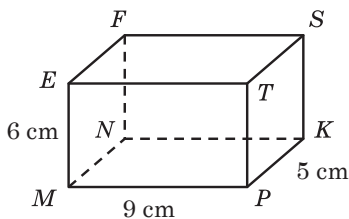
1. Számítsd ki:
  - 1)  $13 \cdot 4 \cdot 25$ ;
  - 2)  $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$ ;
  - 3)  $125 \cdot 943 \cdot 8$ !
2. Egyszerűsítsd a kifejezést:
  - 1)  $3a \cdot 16b$ ;
  - 2)  $4m \cdot 9n \cdot 5k$ ;
  - 3)  $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$ !
3. Bontsd fel a zárójeleket:
  - 1)  $2(a + b)$ ;
  - 2)  $(3 - b) \cdot 5$ ;
  - 3)  $6m(7n + 8p)$ !
4. Határozd meg a téglalap kerületét, ha területe  $28 \text{ cm}^2$ , az egyik oldala pedig  $7 \text{ cm}$ !
5. Az üzletben  $6 \text{ q}$  almát olyan ládába raktak szét, melyekbe  $12 \text{ kg}$  fér. Hány ládát raktak meg almával?
6. Hányszor nagyobb a  $6 \text{ cm}$ -es oldalú négyzet területe a  $2 \text{ cm}$ -es oldalú négyzet területénél?

### Gyakorlatok

- 607.**° A 167. ábrán az  $ABCDMNKP$  téglatest látható. Nevezd meg:
- 1) a  $C$  csúcsra illeszkedő lapjait;
  - 2) a  $BC$  éllel egyenlő éleit;
  - 3) a felső lapját;
  - 4) az alsó lapjára illeszkedő csúcsait;
  - 5) azokat a lapjait, melyeknek az  $AM$  a közös élük;
  - 6) a  $DPKC$  lappal egyenlő lapját!
- 608.**° Az  $MNKPFE$ ST téglatest (168. ábra) méretei  $9 \text{ cm}$ ,  $5 \text{ cm}$  és  $6 \text{ cm}$ . Számítsd ki az összes éleinek összegét és felszínének területét!

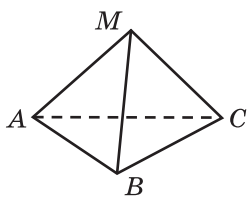


167. ábra

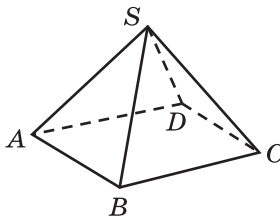


168. ábra

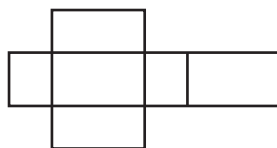
- 609.° Számítsd ki a téglatest összes élének összegét, ha méretei 13 cm, 16 cm, 21 cm!
- 610.° Számítsd ki a téglatest felszínét, ha méretei 9 m, 24 m, 11 m!
- 611.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és élének hosszát, ha az élé 5 cm!
- 612.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és élének hosszát, ha élének hossza 7 cm!
- 613.° A 169. ábrán az  $MABC$  gúla látható. Nevezd meg:
- 1) a gúla alapját;
  - 2) a gúla csúcsát;
  - 3) a gúla oldallapjait;
  - 4) a gúla oldaléleit;
  - 5) a gúla alapéleit!



169. ábra



170. ábra

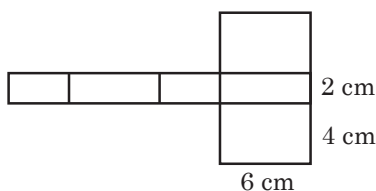


171. ábra

- 614.° A 170. ábrán az  $SABCD$  gúla látható. Nevezd meg:
- 1) a gúla alapját;
  - 2) a gúla csúcsát;
  - 3) a gúla oldallapjait;
  - 4) a gúla oldaléleit;
  - 5) a gúla alapéleit!
- 615.° A 171. ábrán egy téglatest testhálójá látható.
- 1) Hány téglalaphból áll ez a testháló?
  - 2) Hány pár egyenlő téglalaphból áll ez a testháló?
  - 3) Mekkora a testháló területe, ha a téglatest méretei 10 cm, 7 cm és 3 cm?



**616.\*** Számítsd ki a téglatest felszínét a 172. ábrán lévő testhálójá alapján!



172. ábra

**617.\*** Adott egy téglatest alakú fahasáb. Szélessége 20 cm, amely 5 cm-rel rövidebb a hosszánál és 3-szor rövidebb a magasságánál. Mennyi lakk szükséges a teljes felszínének lefestéséhez, ha  $1 \text{ dm}^2$ -re 4 g megy el?



**618.\*** Egy téglatest éleinek hossza 28 cm. Határozd meg az egy csúsból kifutó három élének összegét!

**619.\*\*** A téglatest és a kocka felszínei egyenlők. A téglatest hossza 18 m, ami 2-szer nagyobb, mint a szélessége, és 8 m-rel nagyobb a magasságánál. Határozd meg a kocka élét!

**620.\*\*** Egy téglatest alakú fahasábot, melynek méretei 4 cm, 5 cm és 6 cm, befestettek, majd 1 cm-es élű kockákra vágtak szét. Hány olyan kockát kaptunk, amelynek: 1) három lapja festett; 2) két lapja festett; 3) egy lapja festett?

## Ismétlő gyakorlatok

**621.** Egy rakéta sebessége 8 km/mp. Hány perc alatt tesz meg 960 km-t?

**622.** Egy kartonlapból hat egyforma négyzetet lehet kivágni. Hány kartonlapból vágható ki 50 ilyen négyzet?

**623.** A vonat az állomásról 16 órakor indult el 54 km/ó sebességgel. 19 órakor erről az állomásról az ellenkező irányba elindult egy másik vonat. 24 órakor a vonatok közötti távolság 642 km lett. Mekkora a másik vonat sebessége?

**624.** Oldd meg az egyenleteket:

1)  $6x + 8x - 7x = 714$ ;

3)  $11x - 6x + 17 = 2042$ ;

2)  $23x - 19x + 5x = 1827$ ;

4)  $5x + 3x - 47 = 6401$ !

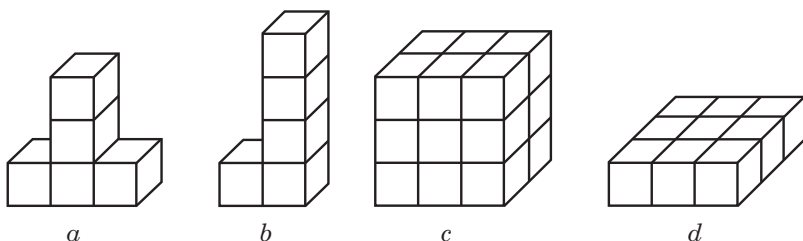


## Bölcs Bagoly feladványa

625. Hogyan lehet vonalzóval megmérni egy téglatest testátlóját<sup>1</sup>, ha még rendelkezésünkre áll néhány ugyanilyen téglatest?

### 23. A téglatest térfogata

A 173. *a*, *b* ábrákon látható testek egyforma számú és ugyanakkora kockákból vannak összerakva. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy ezeknek a testeknek **egyenlő a térfogatuk**. A 173. *c*, *d* ábrákon látható téglatestek megfelelően 18 és 9 egyforma kockából állnak. Ezért róluk elmondható, hogy az első test térfogata kétszerese a másikénak.



173. ábra

A térfogat fogalmával a mindennapi életben is többször találkozhatunk: a tartály térfogata, a medence térfogata, az osztályterem térfogata, az elhasznált gáz vagy víz mennyisége stb.

A tapasztalat azt mutatja, hogy az egyforma űrtartalmú edények térfogata megegyezik. Például az egyforma hordóknak a térfogatai is megegyeznek.

Ha az edényt több részre osztjuk, akkor az edény térfogatát a részek térfogatainak összegeként megkapjuk. Például a kétkamrás hűtőszekrény térfogata a kamrák térfogatainak összegével egyenlő.

Ezek a példák a térfogat következő tulajdonságait szemléltetik:

1) Az **egyenlő nagyságú testek térfogatai is egyenlők**.

2) A **test térfogata egyenlő az őt alkotó testek térfogatainak összegével**.

Más mennyiségekhez hasonlóan (hossz, terület), a térfogatra is vezessünk be mértékegységet.

A térfogat egységül egy olyan kocka térfogatát fogadjuk el, melynek éle egységnyi hosszúságú. Az ilyen kockát **egységkockának** nevezzük.

<sup>1</sup> A *téglatest testátlója* egy olyan szakasz, amely két, nem egy oldallaphoz tartozó csücsköt köti össze.

Az 1 mm-es oldalú kocka térfogatát **köbmilliméternek** nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ mm}^3$ .

Az 1 cm-es oldalú kocka térfogatát **köbcentiméternek** nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ cm}^3$ .

Az 1 dm-es oldalú kocka térfogatát **köbdeciméternek** nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ dm}^3$ .

A folyadékok és gázok térfogatának mérésekor az  $1 \text{ dm}^3$  térfogatot **liternek** nevezzük. Így írjuk: 1 l. Tehát  $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ .

Az 1 m-es oldalú kocka térfogatát **köbméternek** nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ m}^3$ .

Az 1 km-es oldalú kocka térfogatát **köbkilométernek** nevezzük. Így írjuk:  $1 \text{ km}^3$ .

**Egy alakzat térfogatát meghatározni annyit jelent, mint megállapítani, hány darab egységkocka fér bele.**

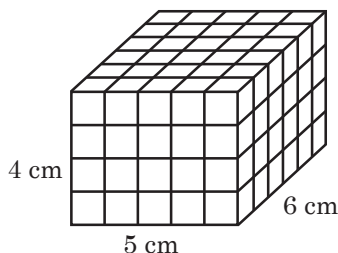
Ha a piros kocka (174. ábra) térfogatát egységnek tekintjük, akkor a 173.  $a-d$  ábrákon lévő testek térfogatai megfelelően 5, 5, 18 és 9 térfogategység lesz.

Ha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően 5 cm, 6 cm, 4 cm, akkor ezt a téglatestet szét lehet vágni  $5 \cdot 6 \cdot 4$  egységkockára (175. ábra). Ezért a térfogata  $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \text{ (cm}^3\text{)}$ .



174. ábra

Hasonlóan gondolkozva arra a következtetésre jutunk, hogyha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően  $a$ ,  $b$  és  $c$  hosszegységű, akkor a téglatest  $a \cdot b \cdot c$  egységkockára bontható. Ezért a térfogata  $abc$  térfogategység lesz.



175. ábra

**A téglatest térfogata egyenlő az egy csúcsból induló élek hosszának szorzatával:**

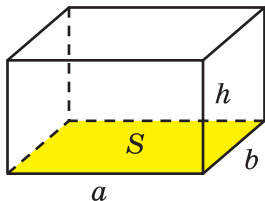
$$V = abc,$$

ahol  $V$  a téglatest térfogata,  $a$ ,  $b$  és  $c$  az egy csúcsba futó éleinek hossza. Az élek hossza ugyanabban a hosszegységben van megadva.

Mivel a kocka minden éle egyenlő hosszú, ezért a térfogatát a következő képlettel számíthatjuk ki:

$$V = a^3,$$

ahol  $V$  a kocka térfogata,  $a$  az élének a hossza. Ezért nevezik köbnek a harmadik hatványt.



176. ábra

Az  $a$  hosszúságának és  $b$  szélességének a szorzatát a téglatest alapterületének nevezzük és  $S$ -sel jelöljük,  $S = ab$  (176. ábra). Jelöljük a téglatest magasságát  $h$ -val. Akkor a téglatest  $V$  térfogata egyenlő:  $V = abh$ .

Innen

$$V = abh = (ab) h = Sh.$$

Tehát a téglatest térfogatának meghatározására még egy újabb képletet kaptunk:

$$V = Sh$$

**A téglatest térfogata egyenlő alapterületének és magasságának szorzatával.**

**PÉLDA.** Milyen magas az a téglatest alakú tartály, amelynek térfogata  $324 \text{ dm}^3$ , alapjának területe pedig  $54 \text{ dm}^2$ ?

*Megoldás.* A  $V = Sh$  képletből következik, hogy  $h = V : S$ .

Akkor a tartály keresett  $h$  magasságát így lehet kiszámítani:

$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (dm)}.$$

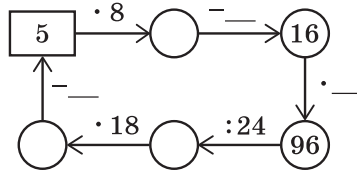
*Felelet:* 6 dm. ◀



1. Milyen tulajdonságait ismered a térfogatnak?
2. Mit nevezünk egységnyi kockának?
3. Milyen térfogategységeket ismersz?
4. Mit jelent megmérni a test térfogatát?
5. Mivel egyenlő az  $a$ ,  $b$  és  $c$  méretű téglatest térfogata?
6. Mi a kocka térfogatának képlete?
7. Hogy kell kiszámítani a téglatest térfogatát, ha adott az alapterülete és a magassága?

### Szóban oldd meg!

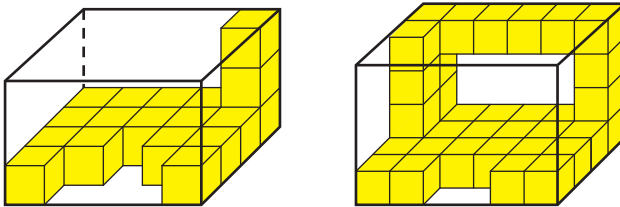
1. Töltsd ki a műveletlánc kihagyott részeit?



2. Hány 1 cm-es élű kockát kell felhasználni ahhoz, hogy kirakjunk belőlük egy 2 cm-es élű kockát?
3. Hány cm drótot kell felhasználni ahhoz, hogy elkészítsük egy olyan téglatest vázát, melynek élei 3 cm, 5 cm és 6 cm?
4. Helyettesítsd a csillagokat a „+” és a „-” jelekkel úgy, hogy a  $20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50$  igaz egyenlőséggé váljon!

### Gyakorlatok

- 626.° 1) Hány centiméter egy deciméter? Hány négyzetcentiméter egy négyzetdeciméter? Hány köbcentiméter egy köbdeciméter?
- 2) Hány centiméter van egy méterben? Hány négyzetcentiméter van egy négyzetméterben? Hány köbcentiméter van egy köbméterben?
- 627.° A 177. ábrán látható testek 1 cm-es élű kockákból vannak kirakva. Határozd meg a térfogataikat!



177. ábra

- 628.° Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha méretei 12 m, 15 m és 6 m!
- 629.° Határozd meg a kocka térfogatát, ha éle 6 cm!
- 630.° Mivel egyenlő a téglatest térfogata, ha méretei 10 dm, 8 dm és 4 dm?

**631.\*** Fejezd ki:

- 1) köbmilliméterekben:  $7 \text{ cm}^3$ ;  $38 \text{ cm}^3$ ;  $12 \text{ cm}^3$   $243 \text{ mm}^3$ ;  $42 \text{ cm}^3$   $68 \text{ mm}^3$ ;  $54 \text{ cm}^3$   $4 \text{ mm}^3$ ;  $1 \text{ dm}^3$   $20 \text{ mm}^3$ ;  $18 \text{ dm}^3$   $172 \text{ cm}^3$ ;  $35 \text{ dm}^3$   $67 \text{ cm}^3$   $96 \text{ mm}^3$ !
- 2) köbdeciméterekben:  $4 \text{ m}^3$ ;  $264 \text{ m}^3$ ;  $10 \text{ m}^3$   $857 \text{ dm}^3$ ;  $28 \text{ m}^3$   $2 \text{ dm}^3$ ;  $44\,000 \text{ cm}^3$ ;  $5\,430\,000 \text{ cm}^3$ !

**632.\*** Fejezd ki köbcentiméterekben:  $8 \text{ dm}^3$ ;  $62 \text{ dm}^3$ ;  $378\,000 \text{ mm}^3$ ;  $520\,000 \text{ mm}^3$ ;  $78 \text{ dm}^3$   $325 \text{ cm}^3$ ;  $56 \text{ dm}^3$   $14 \text{ cm}^3$ ;  $8 \text{ m}^3$   $4 \text{ dm}^3$   $6 \text{ cm}^3$ !

**633.\*** A téglatest szélessége  $15 \text{ dm}$ , a hossza  $3 \text{ dm}$ -rel nagyobb a szélességénél, a magassága pedig harmada a hosszának. Határozd meg a téglatest térfogatát!

**634.\*** A téglatest magassága  $20 \text{ cm}$ , ami  $4 \text{ cm}$ -rel kisebb a hosszánál és  $5$ -sör nagyobb a szélességénél. Határozd meg a téglatest térfogatát!

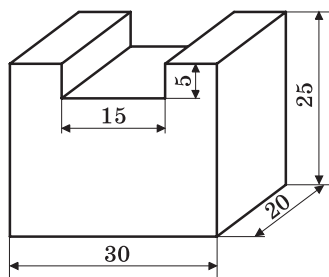
**635.\*** A téglatest térfogata  $560 \text{ cm}^3$ , a hossza  $14 \text{ cm}$ , a szélessége pedig  $8 \text{ cm}$ . Határozd meg a téglatest magasságát!

**636.\*** A téglatest hossza  $18 \text{ cm}$ , magassága  $15 \text{ cm}$ , a térfogata pedig  $3240 \text{ cm}^3$ . Határozd meg a téglatest szélességét!

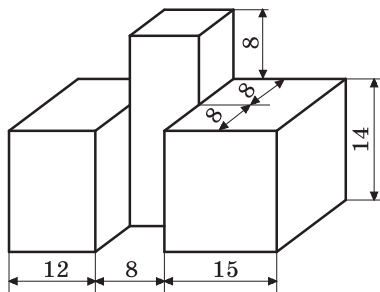
**637.\*** A téglatest alakú szoba térfogata  $144 \text{ m}^3$ , a magassága pedig  $4 \text{ m}$ . Határozd meg a szoba padlójának területét!

**638.\*** A téglatest alakú sportterem padlózatának területe  $192 \text{ m}^2$ , térfogata pedig  $960 \text{ m}^3$ . Határozd meg a sportterem magasságát!

**639.\*** Határozd meg a 178. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!



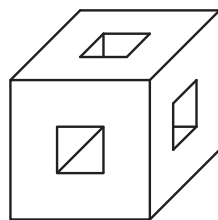
178. ábra



179. ábra

**640.\*** Határozd meg a 179. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!

- 641.\*** A cinkből készült kocka éle 4 cm. Határozd meg a kocka tömegét, ha  $1 \text{ cm}^3$  cink tömege 7 gramm!
- 642.\*** Okoska olyan gépet szerkesztett, mely 8 óra alatt 150 m hosszú, 80 cm mély és 60 cm széles árkot ás ki. Hány köbméter földet ás ki ez a gép 1 óra alatt? Hány kotrógép munkáját helyettesíti ez a gép, ha egy kotrógép 8 óra alatt  $240 \text{ dm}^3$  földet emel ki?
- 643.\*\*** Egy kocka és egy téglatest térfogatai egyenlők. Határozd meg a kocka felszínét, ha a téglatest hossza 12 cm, amely 2-szer nagyobb, mint a szélessége és 4-szer hosszabb a magasságánál!
- 644.\*\*** Az egyik kocka éle 4-szer nagyobb egy másik kocka élénél. Hányszor nagyobb: 1) az egyik kocka felszíne a másik felszínénél; 2) az egyik kocka térfogata a másik térfogatánál?
- 645.\*\*** Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:
- 1) a hosszát 4-szeresére, a szélességét 2-szeresére, magasságát pedig 5-szörösére növeljük;
  - 2) a szélességét negyedére csökkentjük, magasságát kétszeresére, a hosszát pedig 16-szorosára növeljük?
- 646.\*\*** Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:
- 1) minden élét 2-szeresére növeljük;
  - 2) a hosszát harmadára csökkentjük, a magasságát 5-szörösére, a szélességét pedig 15-szörösére növeljük?
- 647.\*\*** Az 1 ha területű úszómedencébe 1 000 000 l vizet engedtek. Lehet-e ebben a medencében úszóversenyt rendezni?
- 648.\*\*** A 3 cm élhosszúságú kockában három négyzetes lyukat vágtak, ahol a négyzet oldala 1 cm-es (180. ábra). Határozd meg a megmaradt rész térfogatát?
- 649.\*** A téglatest alakú szappan méretei 12 cm, 6 cm és 4 cm. Mindennap egyforma mennyiségű szappant használunk el. 14 nap múlva a szappan minden mérete a felére csökkent. Hány napra elegendő a megmaradt szappandarab?



180. ábra

## Ismétlő gyakorlatok

- 650.** Egy városból egyidejűleg, ellenkező irányba indult el egy tehergépkeci és egy autóbusz. Az elindulásuk után 4 órával a köztük lévő távolság 528 km lett. Az autóbusz sebessége 58 km/ó. Mekkora sebességgel haladt a tehergépkeci?

651. Két városból, melyek között a távolság 54 km, egyidejűleg egymással szembe két kerékpáros indult el, és az elindulásuk után 2 órával találkoztak. Az egyik kerékpáros sebessége 12 km/ó volt. Mekkora sebességgel haladt a másik kerékpáros?
652. Határozd meg a kifejezések értékét:
- 1)  $7a + 7b$ , ha  $a + b = 14$ ;
  - 2)  $m \cdot 17 + n \cdot 17$ , ha  $m + n = 1000$ ;
  - 3)  $k \cdot 9 + 9l$ , ha  $k + l = 12$ ;
  - 4)  $4c - 4d$ , ha  $c - d = 125$ ;
  - 5)  $x \cdot 23 - 23y$ , ha  $x - y = 4$ ;
  - 6)  $56p - r \cdot 56$ , ha  $p - r = 11$ !



### Bölcs Bagoly feladványa

653. Az egyik háromjegyű szám felírásakor csak a 2-es és a 3-as számjegyeket használták fel, a másik számnál viszont a 3-as és a 4-es számjegyeket. Előfordulhat-e, hogy a szorzatuk csak 2-es és 4-es számjegyekből álló szám lesz?

## 24. Kombinatorikai feladatok

Tegyük fel, hogy elfelejtettétek a barátotok telefonszámának utolsó számjegyét. Hány olyan különböző eset létezik, amit kipróbálva biztosan fel tudod hívni a barátodat?

Mivel a telefonszám utolsó számjegyeként bármilyen számjegy szerepelhet, ezért legrosszabb esetben 10 próbálkozás után fog sikerülni a telefonálás, vagyis az összes lehetőséget így kipróbáljuk.

A mindennapi életünk során gyakran találkozunk olyan feladatokkal, hogy megoldásukhoz meg kell vizsgálni az összes lehetséges esetet, vagyis meg kell határozni ezek számát vagy az esetek összes lehetséges **kombinációját**. Az ilyen feladatokat **kombinatorikai** feladatoknak nevezzük.

**1. PÉLDA.** Ilona, Valéria és Katinka ügyeletesek az iskolában. Hányféleképpen tudja őket egyesével beosztani az osztályfőnökük az iskola három szintjére?

*Megoldás.* Feltételezzük, hogy Ilonát a harmadik szintre osztották be. Ekkor a második szinten ügyeletes lehet Valéria vagy Katinka, az első pedig megfelelően Katinka vagy Valéria.

Az ügyeletességi beosztásra két lehetőséget, két kombinációt, két változatot kaptunk (a kislányokat a nevük első betűjével jelöljük):

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| 3. szint: | I | I |
| 2. szint: | V | K |
| 1. szint: | K | V |



Legyen a harmadik szinten Valéria az ügyeletes. Akkor a második szinten vagy Ilona vagy Katinka láthat el ügyeletet, az elsőn pedig megfelelően Katinka vagy Ilona. Megkaptunk az ügyelési rend még két újabb lehetséges esetét:

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| 3. szint: | V | V |
| 2. szint: | I | K |
| 1. szint: | K | I |

És végül, feltételezzük, hogy a harmadik szinten Katinka fog ügyeletet tartani. Ekkor még két esetet különböztethetünk meg:

|           |   |   |
|-----------|---|---|
| 3. szint: | K | K |
| 2. szint: | V | I |
| 1. szint: | I | V |

Tehát a következő hat esetet különböztethetjük meg:

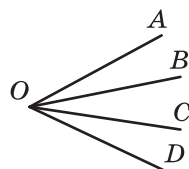
|          |   |   |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| 3. szint | I | I | V | V | K | K |
| 2. szint | V | K | I | K | V | I |
| 1. szint | K | V | K | I | I | V |

*Felelet:* hatféleképpen. ◀

## 2. PÉLDA. Hány szög van a 181. ábrán?

*Megoldás.* Az ábrán lévő bármelyik szöget három betűvel jelöljük, melyből a középső feltétlenül az  $O$  betű lesz, a másik kettő pedig az  $A, B, C, D$ . Ezért a feladat arra vezethető vissza, hogy hányféleképpen lehet kiválasztani az  $A, B, C, D$  betűk közül kettőt.

Az összes lehetőség felírásakor figyelembe kell venni, hogyha a különböző kombinációknál a betűk sorrendjét felcseréljük, attól még ugyanazt a szöget fogják jelölni. Például az  $AB$  és  $BA$  ugyanannak az  $AOB$  szögnek felelnek meg.



181. ábra

Először felírjuk az  $A$  betűvel kezdődő betűpárokat:

$AB, AC, AD$ .

Most pedig felírjuk a  $B$  betűvel kezdődő betűpárokat, kivéve azt, melynek a második betűje az  $A$ :

$BC, BD$ .

Már csak az az eset maradt fenn, melynek az első betűje a  $C$ , és ahol a második betű se az  $A$ , se a  $B$  nem lehet:

$CD$ .

Így hat kombinációt kaptunk:  $AB, AC, AD, BC, BD, CD$ .

Tehát a 181. ábra 6 szöget ábrázol.

*Felelet:* 6 szög. ◀



Mik azok a kombinatorikai feladatok?

### Szóban oldd meg!

1. Egy 3 dm élhosszúságú kockát papírral vontak be. Hány négyzet-centiméter papírt használtak fel ehhez?
2. Egy téglatest térfogata  $240 \text{ cm}^3$ . Melyik számhármass tartalmazza a téglatest méreteit:  
1) 4 cm, 6 cm, 12 cm;                      3) 3 cm, 5 cm, 10 cm;  
2) 5 cm, 6 cm, 8 cm;                      4) 10 cm, 10 cm, 24 cm?
3. Hány mázsa búza önthető egy téglatest alakú tartályba, ha annak hossza 8 m, szélessége 2 m, magassága 1 m, és  $1 \text{ m}^3$  búza tömege 8 q?
4. Melyik nagyobb, és mennyivel:  
1) a 4 és a 3 összegének négyzete, vagy a 4 és a 3 négyzeteinek összege;  
2) a 10 és a 8 számok négyzeteinek különbsége vagy a különbségük négyzete;  
3) az 5 és a 3 köbeinek különbsége vagy a különbségük köbe?

### Gyakorlatok

- 654.\*** Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 3 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!
- 655.\*** Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 0 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!
- 656.\*** Iá számarának három különböző színű luftballonja van: vörös, zöld és kék. Ezeket egyesével a barátainak szeretné adni: Micimackónak, Foltoskának és Nyuszinak. Hányféleképpen tudja megajándékozni Iá számár a barátait?
- 657.\*** Hány kétjegyű számot lehet képezni a 0, 1 és 2 számjegyekből, ha a számjegyek különbözők?
- 658.\*** A labdarugó-bajnokságon részt vesznek az 5. A, az 5. B és az 5. C osztályok csapatai. Hányféleképpen kerülhetnek ki az első és a második helyezettek ezekből a csapatokból? Ennek a feladatnak a megoldása hasonló lesz-e a 654 – 657. sorszámú feladatok megoldásaival?
- 659.\*** Írd fel az összes háromjegyű számot, amelyek a következő számjegyekből kell, hogy álljanak:  
1) 3, 4 és 6;                      2) 4, 7 és 0!  
(A számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek.)

**660.\*** Hány háromjegyű szám írható fel a következő számjegyek segítségével:

1) 1 és 2;

2) 0 és 1?

(A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

**661.\*** Írd fel az összes kétjegyű számot a következő számjegyek alkalmazásával: 2, 4, 9 és 0! (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

**662.\*** Hány kétjegyű szám írható fel 6, 7, 8 és 9 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban növekvő sorrendben szerepeljenek?

**663.\*** Hány kétjegyű szám írható fel a 6, 7, 8 és 9 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban csökkenő sorrendben szerepeljenek?

**664.\*** Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege 5?

**665.\*** Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege páros szám, és a számjegyei az 1, 2, 3, 4 közül valók? (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek.)

**666.\*** Hány olyan kétjegyű szám írható fel, melyben a számjegyek összege páros szám lesz, számjegyei pedig 0, 1, 2, 3?

**667.\*** Hány különböző téglalap létezik, melynek kerülete 24 cm, és az oldalai centiméterekben kifejezve természetes számok lesznek?

**668.\*** Annának 30 egyforma kockája van. Hány különböző téglateetet tud ezekből a kockákból kirakni, ha eközben az összes kockáját felhasználja?

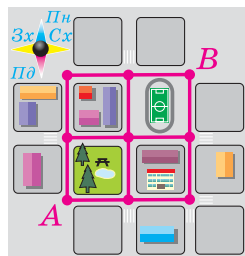
**669.\*** Egy egyenesen jelöltük az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontokat. Hány olyan szakasz létezik, melyeknek ezek a szakaszok lesznek a végpontjai?

**670.\*** Egy hegy csúcsára három ösvény vezet. Hányféle útvonalon mehetnek a turisták fel és jöhetnek le a csúcsról, ha felfelé és lefelé különböző ösvényeken haladnak?

**671.\*** Tíminek négy ruhája és két pár félcipője van. Hányféleképpen állíthatja össze az öltözkékét?

**672.\*** Az űrállomáson három pilóta és két mérnök dolgozik. Hányféleképpen lehet összeállítani azt a személyzetet, amely egy pilótából és egy mérnökből áll?

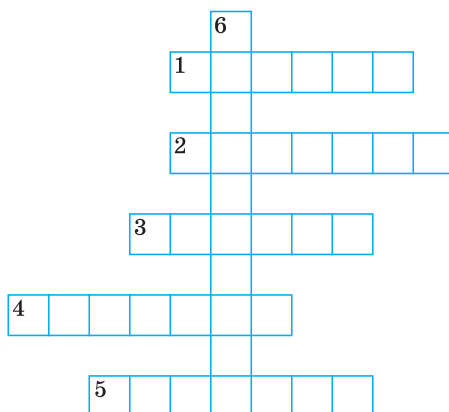
**673.\*** A 182. ábrán egy járási központ tervrajza látható. A szakaszokkal az utcákat jelölték. Hány útvonal létezik az  $A$  pontból a  $B$ -be, ha az utcán északra vagy keletre lehet közlekedni?



182. ábra

### Ismétlő gyakorlatok

674. Két község között a távolság 28 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg, azonos irányba elindult egy motorkerékpár és egy autóbusz. Az autóbusz 42 km/ó sebességgel, a motorkerékpáros pedig 56 km/ó sebességgel haladt. Hány óra múlva éri utol a motorkerékpáros az autóbust, ha a busz ment elől?
675. Oldd meg az egyenleteket:  
 1)  $1376 : (34 - x) = 86$ ;                      3)  $(x - 57) : 29 = 205$ ;  
 2)  $9680 : (x + 219) = 16$ ;                      4)  $(x - 72) \cdot 9 = 927$ !
676. Az egyik összeadandó 14-szer nagyobb a másiknál. Hányszor nagyobb az összegük a kisebbik összeadandónál?
677. A kivonandó 12-szer nagyobb a különbségnél. Hányszor nagyobb a kisébbítendő a különbségnél?
678. Fejtsd meg a keresztrejtvényt:



*Vízszintes:* 1. Результат дії ділення. 2. Одиниця часу. 3. Одиниця виміру кутів. 4. Компонент множення. 5. Компонент додавання.

*Függőleges:* 6. «Цариця наук».



### Bölcs Bagoly feladványa

679. Az osztályban 30 tanuló van. Ők kettesével 15 padban ülnek úgy, hogy a lányok fele fiúkkal ül. Át lehet-e ültetni őket úgy, hogy a fiúk fele lányokkal üljön?

**ELLENŐRIZD MAGADAT! 3. SZ. TESZTFELADAT**

1. A következő mértékegységek közül melyik a terület mértékegysége?  
A) 1 cm                      B) 1 mp                      C) 1 ha                      D) 1 g
2. Mivel egyenlő az  $(x - 28) \cdot 16 = 1632$  egyenlet gyöke?  
A) 130                      B) 120                      C) 60                      D) 40
3. Hozd egyszerűbb alakra az  $52 \cdot m \cdot 3$  kifejezést!  
A)  $156m$                       B)  $52m$                       C)  $55m$                       D)  $126m$
4. A következő egyenlőségek közül melyik igaz?  
A)  $2(5 + x) = 5 + 2x$                       C)  $2(5 + x) = 12x$   
B)  $2(5 + x) = 10 + x$                       D)  $2(5 + x) = 10 + 2x$
5. Mivel egyenlő  $7x + x - 5x = 132$  egyenlet gyöke?  
A) 66                      B) 44                      C) 12                      D) 11
6. Nevezd meg az  $a$  szám 98-cal történő osztásakor keletkezett maradékot!  
A) 102                      B) 100                      C) 98                      D) 96
7. Két, egymástól 18 km-re lévő településről egyidejűleg egy gyalogos és egy kerékpáros indult el, ugyanabba az irányba. A gyalogos előrébb volt az induláskor és a sebessége 3 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt. Az indulástól számítva mennyi idő múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost?  
A) 1 óra                      B) 2 óra                      C) 3 óra                      D) 4 óra
8. A kilencemeletes ház minden lépcsőházának minden szintjén 8 lakás van. Határozd meg, hogy melyik szinten lesz a 173. számú lakás!  
A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6
9. Egy 6 méter hosszú és 2 m 40 cm magas falat le akarnak csempézni. A négyzet alakú csempe éle 15 cm, és egy dobozban 120 darab van belőle. Legalább hány doboz csempét kell vásárolni a tervezetű munka elvégzéséhez?  
A) 4 dobozzal                      C) 6 dobozzal  
B) 5 dobozzal                      D) 7 dobozzal
10. Egy akvárium térfogata  $120\,000\text{ cm}^3$ . Határozd meg az akvárium magasságát, ha a hossza 60 cm, a szélessége pedig 40 cm!  
A) 5000 cm                      B) 500 cm                      C) 50 cm                      D) 5 cm

11. A személyvonat mozdonyvezetője észrevette, hogy a szembe jövő tehervonat 15 mp alatt ment el mellette. A személyvonat sebessége 56 km/ó, a tehervonaté pedig 34 km/ó volt. Mekkora a tehervonat hossza?
- A) 360 m                      B) 375 m                      C) 400 m                      D) 425 m
12. Az iskolai étkeзде étlapján kétféle salátából, kétféle első és kétféle második fogásból választhatunk. Hányféleképpen állíthatja össze az ebédjét az iskolás, ha az salátából, első és második fogásból áll?
- A) 8                              B) 12                              C) 9                              D) 3

### A 3. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

#### Szorzás

- Az  $a$  számot  $b$ -vel megszorozni annyit jelent, mint összeadni  $b$  darab  $a$ -val egyenlő összeadandót.
- Az  $a \cdot b = c$  egyenlőségben az  $a$  és  $b$  számokat tényezőknak, a  $c$  számot, illetve az  $a \cdot b$  kifejezést pedig szorzatnak nevezzük.
- Ha az egyik tényező 1-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel lesz egyenlő.
- Ha az egyik tényező 0-val egyenlő, akkor a szorzat is 0 lesz.
- Ha a szorzat nullával egyenlő, akkor legalább az egyik tényező nulla lesz.

#### A szorzás tulajdonságai

- Felcserélhetőségi tulajdonság:  $ab = ba$ .
- Csoportosítási tulajdonság:  $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ .
- Szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága:  $a(b + c) = ab + ac$ .
- Szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága:  $a(b - c) = ab - ac$ .

#### Osztás

- Az  $a$ ,  $b$  és  $c$  természetes számokra az  $a : b = c$  egyenlőség akkor teljesül, ha a  $b \cdot c = a$  egyenlőség is teljesül.
- Az  $a : b = c$  egyenlőségben az  $a$  számot osztandónak, a  $b$ -t osztónak, a  $c$  számot, valamint az  $a : b$  kifejezést hányadosnak nevezzük.
- Nullával osztani nem lehet.
- Bármilyen  $a$  természetes számra igazak a következő egyenlőségek:  $0 : a = 0$ ,  $a : a = 1$ ,  $a : 1 = a$ .

#### Maradékos osztás

- Az  $a = bq + r$ , ahol  $a$  osztandó,  $b$  osztó,  $q$  nem teljes hányados,  $r$  maradék,  $r < b$ .

- Ha a maradék egyenlő nullával, akkor azt mondjuk, hogy az  $a$  szám pontosan osztható a  $b$  számmal.

**Az alakzatok területeinek tulajdonságai**

- 1) Az egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők.
- 2) Az alakzat területe egyenlő a részei területeinek összegével.

**A téglalap területe**

A téglalap területe egyenlő két szomszédos oldalának szorzatával, ahol az oldalak ugyanabban a mértékegységben vannak kifejezve.

**A négyzet területe**

$S = a^2$ , ahol  $S$  a négyzet területe,  $a$  az oldalának hossza.

**A testek térfogatának tulajdonságai**

- 1) Az egyenlő nagyságú testek térfogatai is egyenlők.
- 2) A test térfogata egyenlő az őt alkotó testek térfogatainak összegével.

**A téglatest térfogata**

$V = abc$ , ahol  $V$  a téglatest térfogata,  $a$ ,  $b$  és  $c$  a méretei, melyek ugyanabban a mértékegységben vannak kifejezve.

$V = Sh$ , ahol  $S$  a téglatest alapjának területe,  $h$  a magassága.

**A kocka térfogata**

$V = a^3$ , ahol  $V$  a kocka térfogata,  $a$  az élének a hossza.